

◀“863”计划专栏▶

考虑扩散和对流的聚合物驱压力响应特征

岳世俊 程时清 周游

(中国石油大学 石油工程教育部重点实验室,北京 昌平 102249)

摘要:聚合物属于非牛顿流体,在实际注聚合物过程中,除了流体的非牛顿性外,还存在多种物理化学机理。考虑注聚合物过程中的扩散和对流等机理,建立了聚合物分布方程,结合黏度与体积分数的关系建立了考虑扩散和对流的聚合物驱试井模型,采用有限差分法对渗流方程组数值求解。计算结果表明,不考虑扩散和对流时初始注入聚合物质量浓度越大,试井压力曲线及压力导数曲线上翘越大,当考虑扩散和对流时,试井压力曲线及压力导数曲线上翘幅度要小。

关键词:注聚合物;试井;扩散;对流;压力曲线**中图分类号:**TE357.46 **文献标识码:**A **文章编号:**1001-0890(2010)01-0016-04

国内外学者对非牛顿流体的渗流进行了大量研究,20世纪60年代到20世纪70年代末,van Pnoollne 和 Jargno 研究了幂律流体在多孔介质中的不稳定流动^[1];1979年Ikoku等人研究了非牛顿流体在多孔介质中的不稳定渗流特征,得到了具有井筒储存和表皮效应均质无穷大地层模型在拉氏空间中的解;20世纪80年代,Lund 和 Ikoku 提出了非牛顿幂律流体注入到含牛顿流体的地层中所形成的复合储层模型的不稳定试井分析方法^[2];国内吴明录和张德志等人也建立了多相流聚合物驱试井模型^[3-4]。然而在实际注聚过程中,还存在扩散、对流和吸附等多个物理化学机理。因此,迫切需要一套相应的既能反映聚合物驱物理化学机理,又便于求解的模型。笔者考虑扩散和对流等机理,给出了质量浓度随径向位置和时间的变化关系,然后结合黏度与体积分数的关系式,建立了考虑聚合物扩散和对流的试井模型,通过数值求解,给出了典型的试井曲线图版。

1 考虑扩散和对流的体积分数方程

1.1 扩散

由 Fick 定律知,扩散通量密度与聚合物溶液体积分数梯度呈正比关系:

$$J_d = -D \nabla \varphi_p \quad (1)$$

1.2 对流

聚合物溶液在地层的对流通量密度与聚合物的

体积分数呈正比关系:

$$J_c = v \varphi_p \quad (2)$$

由物质平衡原理(见图1)可得聚合物在地层中的物质平衡方程:

$$\rho_p \phi D \nabla^2 \varphi_p dV - \rho_p \phi v_p \nabla \varphi_p dV = \frac{\partial (\rho_p \phi \varphi_p dV)}{\partial t} \quad (3)$$

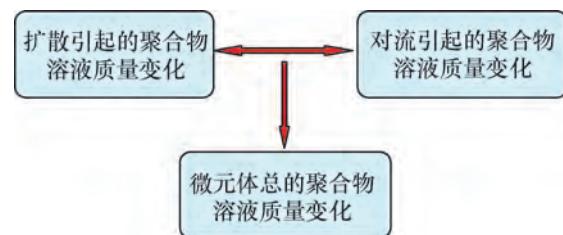


图1 聚合物在地层中的物质平衡示意

初始条件:

$$\varphi_p(r, 0) = 0 \quad (4)$$

边界条件:

$$\begin{cases} \varphi_p(0, t) = \varphi_0 \\ \varphi_p(\infty, t) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

解以上定解问题可得:

收稿日期:2009-09-22;改回日期:2009-12-08

基金项目:国家高技术研究发展计划(“863”计划)项目“特殊结构井开发油藏工程技术”(编号:2006AA09Z338)资助

作者简介:岳世俊(1981—),男,湖北黄石人,2004年毕业于长江大学石油工程专业,中国石油大学(北京)油气田开发工程专业在读硕士研究生。

联系方式:(010)89734978,yueshijun1981@163.com

$$\varphi_p = \frac{\Gamma\left(\frac{Q}{4\pi h\phi D}, \frac{r^2}{4Dt}\right)}{\Gamma\left(\frac{Q}{4\pi h\phi D}\right)} C_0 \quad (6)$$

式中, Γ 为不完全伽马函数和伽马函数, 分别定义如下:

$$\Gamma(a, b) = \int_b^\infty e^{-t} t^{a-1} dt \quad (7)$$

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt \quad (8)$$

2 基本数学偏微分方程

聚合物溶液视黏度与聚合物体积分数的关系式为:

$$\mu_a = 1 + \left(\frac{r}{r_w}\right)^{1-n} (A_1 \varphi_p + A_2 \varphi_p^2 + A_3 \varphi_p^3) \quad (9)$$

基本数学方程为:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{1}{\mu_a} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{\phi C_t}{K} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (10)$$

$$qB = C \frac{dp_{wf}}{dt} - \left(\frac{2\pi r K h}{\mu_a} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \Big|_{r=r_w} \quad (11)$$

$$p_{wf} - p \Big|_{r=r_w} = -S \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_w} \quad (12)$$

$$p(\infty, t) = p_i \quad (13)$$

$$p(r, 0) = p_i \quad (14)$$

3 基本数学偏微分方程求解

上述基本数学方程无法解析求解, 只能采用有限差分法求解。进行网格剖分时, 对于径向网格, 为了更逼近实际情况, 不能采用均匀网格, 靠近井点附近必须加密。空间网格剖分如图 2 所示。

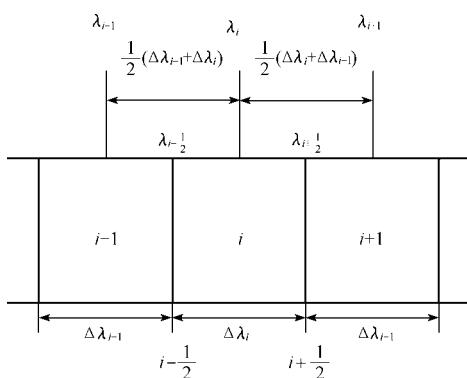


图 2 空间网格剖分示意

对于空间采用对数刻度, 即令:

$$\lambda = \ln r \quad (15)$$

r 若按等比级数分布, 则 λ 在空间上依然为等距分布。

将 $\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial \lambda} \frac{dr}{d\lambda} = \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \lambda}$ 代入基本控制方程式

(10), 简化整理可得:

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{1}{\mu_a} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \right) = e^{2\lambda} \frac{\phi C_t}{K} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (16)$$

采用中心差分:

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{1}{\mu_a} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \right)_i = \frac{\left(\frac{1}{\mu_a} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \right)_{i+\frac{1}{2}} - \left(\frac{1}{\mu_a} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \right)_{i-\frac{1}{2}}}{\Delta \lambda_i} \quad (17)$$

$$\left(\frac{1}{\mu_a} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \right)_{i+\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{\mu_a} \right)_{i+\frac{1}{2}} \frac{p_{i+1} - p_i}{0.5 (\Delta \lambda_{i+1} + \Delta \lambda_i)} \quad (18)$$

$$\left(\frac{1}{\mu_a} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \right)_{i-\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{\mu_a} \right)_{i-\frac{1}{2}} \frac{p_i - p_{i-1}}{0.5 (\Delta \lambda_i + \Delta \lambda_{i-1})} \quad (19)$$

所以有:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left(\frac{1}{\mu_a} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \right)_i &= \frac{1}{\Delta \lambda_i} \left[\left(\frac{1}{\mu_a} \right)_{i+\frac{1}{2}} \frac{p_{i+1} - p_i}{0.5 (\Delta \lambda_{i+1} + \Delta \lambda_i)} - \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{1}{\mu_a} \right)_{i-\frac{1}{2}} \frac{p_i - p_{i-1}}{0.5 (\Delta \lambda_i + \Delta \lambda_{i-1})} \right] \end{aligned} \quad (20)$$

对式(16)右端采用隐式格式, 向后差分:

$$\left(e^{2\lambda} \frac{\phi C_t}{K} \frac{\partial p}{\partial t} \right)_i = e^{2\lambda_i} \frac{\phi C_t}{K} \frac{p_i^{n+1} - p_i^n}{\Delta t} \quad (21)$$

其中, $\left(\frac{1}{\mu_a} \right)_{i+\frac{1}{2}}$ 和 $\left(\frac{1}{\mu_a} \right)_{i-\frac{1}{2}}$ 取值按调和平均来确定, 即:

$$\left(\frac{1}{\mu_a} \right)_{i+\frac{1}{2}} = \frac{2 \left(\frac{1}{\mu_a} \right)_{i+1} \left(\frac{1}{\mu_a} \right)_i}{\left(\frac{1}{\mu_a} \right)_{i+1} + \left(\frac{1}{\mu_a} \right)_i} = \frac{2}{(\mu_a)_i + (\mu_a)_{i+1}} \quad (22)$$

$$\left(\frac{1}{\mu_a} \right)_{i-\frac{1}{2}} = \frac{2 \left(\frac{1}{\mu_a} \right)_{i-1} \left(\frac{1}{\mu_a} \right)_i}{\left(\frac{1}{\mu_a} \right)_{i-1} + \left(\frac{1}{\mu_a} \right)_i} = \frac{2}{(\mu_a)_i + (\mu_a)_{i-1}} \quad (23)$$

令:

$$\begin{cases} T_{i+\frac{1}{2}} = \Delta t_n K \frac{2}{\mu_{i+1} + \mu_i} \\ T_{i-\frac{1}{2}} = \Delta t_n K \frac{2}{\mu_{i-1} + \mu_i} \end{cases} \quad (24)$$

对式(16)带上时间步, 整理可得:

$$\begin{aligned} T_{i+\frac{1}{2}} p_{i+1}^{n+1} - (T_{i+\frac{1}{2}} + T_{i-\frac{1}{2}} + \Delta\lambda^2 e^{2\lambda_i} \phi C_t) p_i^{n+1} + \\ T_{i-\frac{1}{2}} p_{i-1}^{n+1} = -\Delta\lambda^2 e^{2\lambda_i} \phi C_t p_i^n \end{aligned} \quad (25)$$

式(10)可以转换为:

$$qB = C \frac{dp_{wf}}{dt} - \frac{2\pi Kh}{\mu_a} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda=\ln r_w} \quad (26)$$

式(11)可以转换为:

$$p_{wf} - p \Big|_{\lambda=\ln r_w} = -S \left(\frac{\partial p}{\partial \lambda} \right)_{\lambda=\ln r_w} \quad (27)$$

式(27)对时间取微分,有:

$$\frac{dp_{wf}}{dt} - \frac{dp(\ln r_w, t)}{dt} = -S \frac{d\left(\frac{\partial p}{\partial \lambda}\right)_{\lambda=\ln r_w}}{dt} \quad (28)$$

联立式(26)和式(28),可得:

$$\begin{aligned} qB + \left(\frac{2\pi Kh}{\mu_a} \frac{\partial p}{\partial \lambda} \right) \Big|_{\lambda=\ln r_w} = C \frac{dp(\ln r_w, t)}{dt} - \\ CS \frac{d\left(\frac{\partial p}{\partial \lambda}\right)_{\lambda=\ln r_w}}{dt} \end{aligned} \quad (29)$$

因位于内边界,所以空间导数采用向前差分,设定井壁处为起始位置,进行离散,有:

$$\begin{aligned} qB + \frac{2\pi Kh}{\mu_0^{n+1}} \frac{p_1^{n+1} - p_0^{n+1}}{\Delta\lambda} = C \frac{p_0^{n+1} - p_0^n}{\Delta t} - \\ \frac{CS}{\Delta t \Delta\lambda} [(p_1^{n+1} - p_1^n) - (p_0^{n+1} - p_0^n)] \end{aligned} \quad (30)$$

整理可得:

$$\begin{aligned} \left(\frac{2\pi Kh}{\mu_0^{n+1}} \Delta t_n + CS \right) p_1^{n+1} - \left(CS + C \Delta \lambda + \frac{2\pi Kh}{\mu_0^{n+1}} \Delta t_n \right) p_0^{n+1} = \\ -qB \Delta t_n \Delta \lambda - C \Delta \lambda p_0^n - CS (p_0^n - p_1^n) \end{aligned} \quad (31)$$

对于无限大外边界条件,可设定一个相对比较大的位置,认为其为无限远点,设该点对应空间位置角标为 N ,则有:

$$p_N^n = p_i \quad (32)$$

将式(27)离散,变形整理可得:

$$p_{wf} = p_0 - S \frac{p_1 - p_0}{\Delta\lambda} \quad (33)$$

对得到的线性代数方程组进行求解,其中对系数矩阵进行奇异值分解,最终可求得压力随时间的变化关系。

4 算例分析及结果对比

笔者分别就不同注入质量浓度以及考虑扩散和对流、不考虑扩散和对流,在指定的参数下进行对比。

4.1 不同注入质量浓度下的试井曲线

4 种不同注入质量浓度下的试井曲线特征如图 3 所示,其中相关参数如下: $\phi = 0.15$, $D = 0.0246 \text{ cm}^2/\text{s}$, $n = 0.5$, $A_1 = 0.2270$, $A_2 = -0.0053$, $A_3 = 0.0001$, $C_t = 0.00151 \text{ MPa}^{-1}$, $K = 10^{-13} \text{ m}^2$, $h = 5 \text{ m}$, $C = 10^{-7} \text{ m}^3/\text{MPa}$, $C_t = 0.0015 \times 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$, $S = 1$; $Q = 0.001157 \text{ m}^3/\text{s}$, $B = 1$, $\Delta\lambda = 0.115$; $p_i = 15 \text{ MPa}$ 。

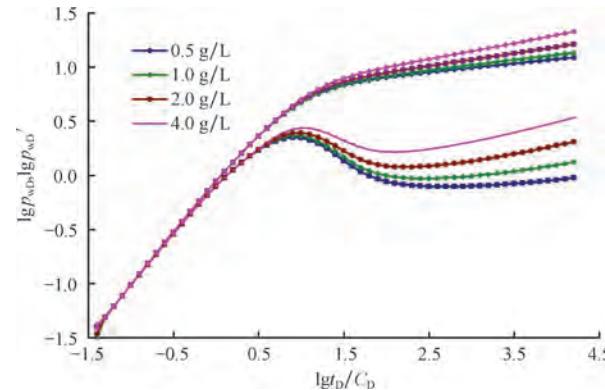


图 3 不同注入质量浓度下的试井曲线特征

从图 3 可以看出,随着聚合物初始注入质量浓度的增加,非牛顿性增强,压力恢复曲线和压力导数曲线上翘程度增加。

4.2 考虑扩散和对流与不考虑扩散和对流的对比

不考虑扩散与对流的试井曲线由 Stehfest368 数值反演算法生成(见图 4)。

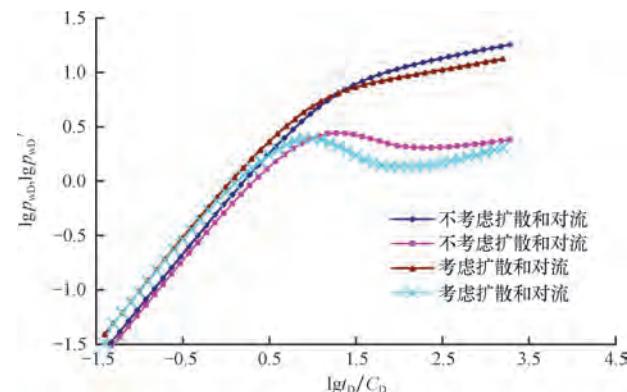


图 4 考虑扩散和对流与不考虑扩散和对流曲线的对比

从图 4 可以看出,考虑扩散和对流之后的压力恢复曲线和压力导数曲线总体位于不考虑扩散和对流曲线的下方,且压力和压力导数上翘幅度小。说明扩散和对流在一定程度上减弱了流体的非牛顿性。

5 结 论

1) 考虑了聚合物溶液在地层中的扩散和对流,给出了相应的体积分数分布方程。

2) 建立了考虑扩散和对流的聚合物驱模型,采用有限差分法对渗流偏微分方程组进行了求解,求解中对系数矩阵进行奇异值分解,有效克服了系数矩阵高条件数对解精度的影响,计算结果可靠。

3) 绘制了考虑扩散和对流的聚合物驱模型的试井典型曲线图版。后期压力和压力导数双对数曲线呈现出上翘的特征,其中聚合物初始注入质量浓度越高,非牛顿性就越强,曲线上翘幅度越大;考虑扩散和对流与不考虑扩散和对流的聚合物驱试井曲线相比,压力和压力导数上翘幅度较小。

符号说明

φ_p 为聚合物溶液体积分数,%; φ_0 为聚合物初始注入体积分数,%; J_d 为聚合物分子扩散通量密度, $\text{mL}/(\text{cm}^2 \cdot \text{s})$; ρ_p 为聚合物密度, kg/L ; v_p 为聚

合物对流速度, cm/s ; D 为扩散系数, cm^2/s ; J_c 为聚合物分子对流通量密度, $\text{mL}/(\text{cm}^2 \cdot \text{s})$; n 为非牛顿性指数,无因次; μ_a 为视黏度, $\text{Pa} \cdot \text{s}$; B 为体积系数,无因次; ϕ 为孔隙度,无因次; q 为聚合物注入量, m^3/s ; h 为地层有效厚度, m ; r 为径向位置, m ; t 为注聚时间, s ; C_t 为压缩系数, MPa^{-1} ; C 为井储系数, m^3/MPa ; S 为表皮系数,无因次; 下标 D 表示无因次量。

参 考 文 献

- [1] van Poollen H K, Jargon J R. Steady-state and unsteady-state flow of non-newtonian fluids through porous media[J]. SPE Journal, 1969, 9(1): 80-88.
- [2] Ikoku Chi U, Ramey Jr, Henry J. Transient flow of non-newtonian power-law fluids in porous media[J]. SPE Journal, 1979, 19(3): 164-174.
- [3] 吴明录, 姚军. 聚合物驱油线数值试井解释模型及其应用[J]. 石油钻探技术, 2007, 35(2): 55-58.
- [4] 张德志, 姚军, 王友启. 聚合物驱油藏数值试井解释方法研究[J]. 石油钻探技术, 2006, 34(3): 71-74.

[审稿 吴晓东]

Type Curves of Pressure in Polymer Flooding Reservoir Considering Dispersion and Convection

Yue Shijun Cheng Shiqing Zhou You

(MOE Key Laboratory of Petroleum Engineering, China University of Petroleum, Changping, Beijing, 102249, China)

Abstract: Polymer is a non-Newtonian fluid. In fact, there are physical and chemical mechanisms along with the feature of non-Newtonian. With consideration of dispersion and convection, the concentration distribution equation was provided. Combined with the relationship of viscosity and concentration, the polymer flooding well test model was established considering dispersion and convection. The finite difference method was used to solve equations. It shows, considering dispersion and convection, pressure curve and its derivative curve turned upward higher than those of curves without considering dispersion and convection.

Key words: polymer water flooding; well testing; diffusion; convection; pressure curve

◀ 本刊勘误 ▶

由于本刊编辑在编辑和校对过程中的疏忽,本刊2009年第6期《清溪1井溢流压井分析》出现了1处错误,“1.2.2 初期第二次压井”部分的初期第二次压井曲线(图4)与“1.2.1 初期第一次压井”部分的初期第一次压井曲线(图3)相同,初期第二次压井曲线(图4)应如右图所示。

在此向作者和广大读者致歉。

