

◀ 工具与设备 ▶

PDC 钻头等体积布齿设计的数值计算方法

王 荣 翟应虎 王克雄

(中国石油大学(北京)石油天然气工程学院, 北京昌平 102249)

摘 要: PDC 钻头布齿设计是否合理决定着 PDC 钻头的破岩效果及其使用寿命的长短, 而等体积设计是 PDC 钻头布齿设计的基本原则之一。综合考虑了钻头冠部形状、切削齿的布置、切削齿尺寸、切削齿的相互作用等因素的影响下, 建立了切削齿等体积设计数学计算模型, 对切削齿的工作角进行了优化设计并将其结果应用于该模型中, 最后选取适当的数值计算方法进行了计算机求解。实例计算表明, 该模型和求解方法具有适用性, 这为 PDC 钻头的设计和性能模拟分析提供了一种可行方法。

关键词: PDC 钻头; 钻头设计; 钻头牙齿; 数学模型; 数值分析

中图分类号: TE921⁺.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-0890 (2006) 01-0042-04

PDC 钻头布齿设计中, 实现各切削齿的切削体积相等即等体积布齿一直是钻头设计的原则之一。目前有关 PDC 钻头等体积布齿设计的文献大多集中在探讨切削齿切削参数的精确计算方面。邹德永等^[1]在考虑了 PDC 钻头冠部形状、切削齿的布置、切削齿的工作角、切削齿的相互作用等因素的基础上, 给出了切削参数的数值计算方法, 但对各切削齿如何实现等体积破岩没有作进一步讨论, 从计算的结果来看各切削齿的切削体积也存在着很大差别, 也就没有达到等体积破岩的设计目的。笔者在准确计算上述切削参数的基础上建立了切削齿等体积布齿的数学计算模型并对工作角进行了优化设计, 然后选取适当的数值计算方法求解, 计算结果表明取得了良好的设计效果。

1 数学模型的建立

1.1 切削齿等体积切削模型

以钻头中心线为纵轴 OZ , 以钻头半径方向为横轴 OR , 建立 1 个右手圆柱坐标系 (见图 1)。 $o_1 z_1$ 平行于 OZ 轴, 并指向井底, $o_1 x_1$ 与 O 在同一平面内。钻头上任意一个切削齿在钻头表面的位置可用该切削齿金刚石复合片表面的中心坐标 (R, θ, h_c) 表示。钻头圆柱坐标系随钻头一同移动, 因此, 每个切削齿的位置参数 (R, θ, h_c) 为常量。其中 R 为切削齿径向坐标, h_c 为切削齿轴向坐标, θ 为切削齿在钻头表面的周向角。

若钻头半径 R_0 , 钻头每转进尺 h , 切削齿总数 N , 则钻头每转的破岩体积 V 为:

$$V = \pi R_0^2 h \quad (1)$$

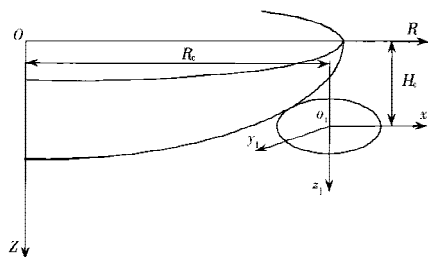


图 1 PDC 钻头设计圆柱坐标系

按照等体积切削原则, 要求钻头旋转一周每一个切削齿切削岩石的体积相等^[2-3], 则各齿每转破碎岩石体积 \bar{V} 为:

$$\bar{V} = V/N = \pi R_0^2 h/N \quad (2)$$

等体积切削设计就是使每一个切削齿在钻头旋转一周时实际所切削岩石的体积 V_i 等于 \bar{V} , 即:

$$\max |V_i - \bar{V}| < \delta \rightarrow 0 \quad (3)$$

$$V_i = f_i(r_1, r_2, \dots, r_n) = 0, i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

设 $f_i(R) = V_i - \bar{V} = 0, i = 1, 2, \dots, n$, 则

$$R = (r_1, r_2, \dots, r_n)^T \quad (5)$$

式 (5) 表示各切削齿在钻头表面的径向位置, 就是进行 PDC 钻头等体积布齿设计的数学计算模型。关于切削体积 V_i 的计算过程不再论述, 具体方法参见文献^[1], 不同的是笔者所提供的计算实例中相关工作角度是经过优化设计得出的。

收稿日期: 2005-05-10; 改回日期: 2005-11-17

作者简介: 王荣 (1978—), 男, 1999 年毕业于江汉石油学院石油工程专业, 油气井工程专业在读硕士。

联系电话: (010) 89733706

1.2 工作角优化设计数学模型

PDC 钻头切削齿工作角 (前倾角、侧倾角) 由切削齿的工作角 (齿前角、侧转角和装配角) 决定, 工作角对切削齿的切削效率和工作性能有重要影响, 合理设计切削齿的齿前角和侧转角是 PDC 钻头设计中的重要内容。

文献[4]的研究结果表明, 每一个切削齿工作角设计都要同时满足以下两个基本要求: 1) 工作部位的前倾角应该在一定的范围之内, 一般 $A_r = 10^\circ \sim 20^\circ$; 2) 侧倾角根据切削齿与水眼流道的相对位置有不同的要求, 一般 $A_s = -5^\circ \sim -15^\circ$ 。

这两个基本要求也是笔者进行 PDC 钻头工作角设计所依据的主要原则。

对于某种地层条件下的岩石, 通过在一定条件下的单齿或多齿切削试验, 确定出前倾角和侧倾角分别为 A_{r0} 和 A_{s0} 时, 切削效果最好。那么, 就设法让各个切削齿工作部位的实际工作角度即前倾角和侧倾角的平均值都与 A_{r0} 和 A_{s0} 相等, 通过这种方法获得满足设计要求的工作角, 进而确定切削齿的结构角。

由于切削齿齿柱安装在与钻头体表面正交的孔内, 所以当钻头冠面形状与各切削齿径向位置确定后, 切削齿的装配角也就随之确定。相应的数学模型也从三维简化成了二维:

$$X = [\alpha, \beta]^T \quad (6)$$

加权组合下的统一目标函数:

$$F(x) = \min \left(\sum_{i=1}^q k_i F_i(X) \right) \quad (7)$$

约束条件为: $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$, $\beta_1 \leq \beta \leq \beta_2$, $F_i(X)$ 为各分项目标函数, k_i 为加权系数; α_1 、 α_2 与 β_1 、 β_2 分别为钻头冠部各个工作部位齿前角、侧转角允许的上限值和下限值, 笔者采用的目标函数为:

$$F = |A_{r0} - A_r| + |A_{s0} - A_s| \quad (8)$$

式 (8) 的求解实际上是求具有不等式约束非线性优化问题的最优解。先确定钻头上各相关结构参数及切削齿的工作区域, 然后计算工作区域内各点的前倾角和侧倾角, 求出统计平均值 A_r 和 A_s 作为工作部位的前倾角和侧倾角, 初选 α 、 β 值后采用复合形法进行优化求解, 最终确定出符合设计条件的齿前角和侧转角。

2 数学模型的求解

2.1 初值的选取

由于非线性方程组解的精确度与初值的选取密切相关, 所以能否选取合理的初值对计算结果影响很

大。PDC 钻头设计中由于切削齿数量较多, 所以选择合理的初值更加困难。笔者根据切削齿在钻头冠面上的螺旋线分布规律采取了以下方法: 假定切削齿布置在一条变距螺旋线上, 依照从钻头中心向外侧的顺序, 切削齿径向坐标逐渐增大。

在上述条件下, 设钻头第 i 、 $i+1$ 和 $i+2$ 个切削齿的径向坐标分别为 r_i 、 r_{i+1} 和 r_{i+2} ($r_i < r_{i+1} < r_{i+2}$), 此时近似假设 $(r_{i+2} - r_{i+1}) = (r_{i+1} - r_i)$, 则可得到第 $i+1$ 个切削齿旋转一周切削岩石体积的近似计算公式:

$$V_{i+1} = \frac{1}{4} \pi [(r_{i+2} + r_{i+1})^2 - (r_{i+1} + r_i)^2] h \quad (9)$$

依据等体积破岩方式设计钻头, 对于第 $i+1$ 个切削齿, 破岩体积的控制方程为:

$$\frac{1}{4} \pi [(r_{i+2} + r_{i+1})^2 - (r_{i+1} + r_i)^2] h = \frac{\pi R_0^2 h}{n-1} \quad (10)$$

$$\text{即: } (r_{i+2} + r_{i+1})^2 - (r_{i+1} + r_i)^2 = \text{常数} \quad (11)$$

式中, h 为钻头每转进尺; R_0 为钻头半径; n 为布齿数量。

求解非线性方程 (11) 可得到各切削齿近似的径向半径, 以此为依据计算出在该半径下的各切削齿切削断面面积及切削体积初值。对上面计算所得的切削齿径向半径值进行 $r = a\theta + \theta_0$ 或 $r = \theta_0 + a\theta^n$ ($0 < n < 1$) 指数曲线形式的线性回归得到切削齿位置坐标 (r, θ) 的控制方程, 调整控制方程中各系数大小来获得合理的 $R = (r_1, r_2, \dots, r_n)^T$ 值, 使各齿切削体积比较接近 \bar{V} , 并以此作为计算初值。

2.2 切削齿径向半径的数值求解

选取初值以后, 采用拟牛顿迭代法^[5]求解非线性方程组。

设 $f_i(R) = V_i - \bar{V} = 0$, $i = 1, 2, \dots, n$, 假定 X 的第 k 次迭代近似值为:

$$R^{(k)} = (r_1^k, r_2^k, \dots, r_n^k)^T \quad (12)$$

计算第 $k+1$ 次的牛顿迭代格式为:

$$R^{(k+1)} = R^{(k)} - F(R^{(k)})^{-1} f(R^{(k)}) \quad (13)$$

其中, $f(R^{(k)}) = (f_1^{(k)}, f_2^{(k)}, \dots, f_n^{(k)})^T$, $f_i^{(k)} = f_i(R^{(k)})$ 。

$F(R)$ 为雅可比矩阵, 即

$$F(R) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(R)}{\partial r_1} & \frac{\partial f_1(R)}{\partial r_2} & \dots & \frac{\partial f_1(R)}{\partial r_n} \\ \frac{\partial f_2(R)}{\partial r_1} & \frac{\partial f_2(R)}{\partial r_2} & \dots & \frac{\partial f_2(R)}{\partial r_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n(R)}{\partial r_1} & \frac{\partial f_n(R)}{\partial r_2} & \dots & \frac{\partial f_n(R)}{\partial r_n} \end{bmatrix} \quad (14)$$

令 $\theta^{(k)} = F(R^{(k)})^{-1} f(R^{(k)})$, 其中, $\theta^{(k)} = (\theta_1^{(k)}, \theta_2^{(k)})$,

$\cdots, \theta_n^{(k)})^T$, 则有

$$F(R^{(k)})\theta^{(k)}=f(R^{(k)}) \tag{15}$$

$$R^{(k+1)}D=R^{(k)}-\theta^{(k)} \tag{16}$$

在雅可比矩阵中,用差商代替偏导数,即:

$$\frac{\partial f_i(R^{(k)})}{\partial r_j} \approx \frac{f_i(R_j^{(k)})-f_i(R^{(k)})}{h} \tag{17}$$

其中 h 足够小,且 $f_i(R_j^{(k)})=f_i(r_1^{(k)},\cdots,r_{j-1}^{(k)},r_j^{(k)}+h,r_{j+1}^{(k)},\cdots,r_n^{(k)})$,则式(15)变为:

$$\sum_{j=1}^n f_i(R_j^{(k)})z_j^k=f_i(R^{(k)}),i=1,2,\cdots,n \tag{18}$$

其中 $z_j^k=\frac{\theta_j^{(k)}}{h+\sum_{p=1}^n\theta_p^{(k)}},j=1,2,\cdots,n$.

综上所述,PDC 钻头布齿径向位置求解的计算过程如下:

- 1)取初值 $R=(r_1,r_2,\cdots,r_n)^T,h>0,0<t<1$;
- 2)计算 $f_i(R)\rightarrow B(i),i=1,2,\cdots,n$;
- 3)若满足 $\max_{1\leqslant i\leqslant n}|B(i)|<\epsilon$,则方程组的一组实数解为 $R=(r_1,r_2,\cdots,r_n)^T$,计算过程结束,否则继续;
- 4)计算 $f_i(R_j)\rightarrow A(i,j),i,j=1,2,\cdots,n$;其中 R

$$=(r_1,r_2,\cdots,r_{j-1},r_j+h,r_{j+1},\cdots,r_n)^T$$
;

5)解线性方程组 $AZ=B$,其中 $Z=(z_1,z_2,\cdots,z_n)^T$,且计算 $\mu=1-\sum_{j=1}^nZ_j$;

6)计算 $R_i-hz_i/\mu\rightarrow R_i,i=1,2,\cdots,n$;

7) $t* h\rightarrow h$,转 2)步。

以上过程一直做到 ϵ 满足精度要求为止。

由于非线性方程组的求解精度与初值和迭代步长 h 和 t 的选取有很大关系,若要得到更精确的解需要反复调整初值和迭代步长。

3 计算实例

笔者根据前面提出的模型和计算方法编制了 PDC 钻头布齿设计计算软件,钻头设计切削参数为钻头每转吃入深度 2 mm,钻头外径 107 mm,共布 28 个齿,金刚石复合片直径 13.6 mm,采用 8 翼片式布齿设计,工作角设计原则为假定前倾角为 15°,侧倾角为-13°时达到最佳切削效果。表 1 列出了后 19 个齿的设计计算数据。

表 1 19 个切削齿的设计计算结果

齿号	径向坐标/cm	周向坐标/rad	轴向坐标/cm	齿前角/rad	装配角/rad	侧转角/rad	侧倾角/rad	前倾角/rad	切削面积/cm ²	切削体积/cm ³
10	6.026	0.785	26.645	-0.254	-0.069	-0.245	-0.227	0.262	0.0744	2.6411
11	6.376	1.570	26.730	-0.255	0.020	-0.222	-0.227	0.262	0.0504	2.0657
12	6.906	2.335	26.263	-0.257	0.156	-0.189	-0.227	0.262	0.0550	2.5146
13	7.318	3.140	25.389	-0.258	0.263	-0.165	-0.227	0.262	0.0475	2.3231
14	7.661	3.925	24.297	-0.259	0.354	-0.146	-0.227	0.262	0.0555	2.8433
15	8.004	4.710	22.841	-0.260	0.449	-0.127	-0.227	0.262	0.0437	2.3379
16	8.210	5.495	21.773	-0.260	0.508	-0.115	-0.227	0.262	0.0442	2.4437
17	8.420	0	20.518	-0.260	0.570	-0.102	-0.227	0.262	0.0520	2.9261
18	8.600	0.785	19.294	-0.260	0.625	-0.091	-0.227	0.262	0.0418	2.4194
19	8.820	1.570	17.585	-0.261	0.696	-0.077	-0.227	0.262	0.0500	2.9557
20	9.005	2.335	15.938	-0.261	0.759	-0.065	-0.227	0.262	0.0367	2.2163
21	9.144	3.140	14.553	-0.261	0.809	-0.054	-0.227	0.262	0.0332	2.0422
22	9.380	3.925	11.843	-0.261	0.900	-0.035	-0.227	0.262	0.0432	2.7099
23	9.478	4.710	10.554	-0.261	0.941	-0.026	-0.227	0.262	0.0335	2.1320
24	9.660	5.495	8.125	-0.261	0.927	-0.029	-0.227	0.262	0.0371	2.3940
25	9.760	6.280	6.791	-0.261	0.927	-0.029	-0.227	0.262	0.0335	2.1872
26	9.881	0.785	5.178	-0.261	0.927	-0.029	-0.227	0.262	0.0369	2.4367
27	10.012	1.570	3.430	-0.261	0.927	-0.029	-0.227	0.262	0.0335	2.2401
28	10.143	2.335	1.683	-0.261	0.927	-0.029	-0.227	0.262	0.0335	2.2677

从表 1 的计算结果来看,PDC 钻头等体积布齿的设计意图得到了较好的体现。

4 结 论

- 1)建立了 PDC 钻头切削齿等体积切削模型及工作角优化设计数学模型。
- 2)笔者采用的求解 PDC 钻头等体积布齿设计数学模型的数值方法,能较好地解决非线性方程组的求解问题。
- 3)通过工作角优化设计,计算得出各切削齿安装时的结构角(齿前角,侧转角,装配角),为工作角的设计提供了依据,避免了工作角设计中的随意性。
- 4)切削齿工作角的设计与其径向半径的设计同步进行,两者的设计一体化,使钻头冠部不同部位切削齿的工作角达到最优化设计。

5)合理设置初值以及调整迭代步长可获得更佳的设计效果。

参 考 文 献

[1] 邹德永,王瑞和,岳志国. PDC 钻头的轨迹方程及切削参数计算方法[J]. 石油钻采工艺,2003,25,(5):34-37.

[2] 刘建风,胥建华. PDC 钻头布齿的计算机辅助设计[J]. 煤田地质与勘探,2003,31,(3):62-64.

[3] 周龙昌,陈洪兵,张雷. 新型刮刀钻头的设计及现场试验研究[J]. 石油钻探技术,2003,31,(5):39-41.

[4] 翟应虎. PDC 钻头设计理论与设计方法的研究[D]. 北京:石油大学(北京)石油天然气工程学院,1990.

[5] 文世鹏. 应用数值分析[M]. 北京:石油工业出版社,2001.

[审稿 邹德永]

A Numerical Computational Method for Designing
PDC Bits with the EqualVolume Law

Wang Rong Zhai Yinghu Wang Kexiong

(College of Petroleum and Gas Engineering, China University of Petroleum(Beijing), Changping, Beijing, 102249, China)

Abstract: Cutters' distribution is one of the key factors that should be considered in the design of PDC bit. Cutters' distribution directly decide the life span of a PDC bit. Equal volume design is one of the basic methods adopted for PDC bit design. By considering the factors such as crown profile of PDC bit, cutter distribution, cutter sizes, etc. , a equal-volume model is developed to design cutter distribution. Working angles of cutters are optimized and employed in the model also. A proper numerical computation method is selected to solve the model. Case computations show that the model and computational method have wide applicability and thus provide a method for design and evaluation of PDC bits.

Key words: PDC bit; bit design; bit teeth; mathematical model; numerical analysis



分层注聚技术可解决聚驱井层间层内吸聚差异大问题

分层注聚合物技术可以改善聚合物驱注聚吸水剖面,控制聚合物溶液沿高渗透条带突进现象,使难动用的油层能够得到有效开发,解决聚驱井层间层内吸聚差异大的问题,实现层间合理配注,延长聚合物驱的有效期,进一步提高采收率,改善聚合物驱开发效果。

该技术主要用于聚合物井下单管多层分注,具有对聚合物剪切率低、控制压降大、适应排量范围大,能够彻底反洗井,分层密封可靠,工艺成功率高等特点,解决了井下配注工具对聚合物的剪切问题和堵塞问题,实现了聚合物驱井下单管多层配注。

河南油田已实施 24 井次分层注聚合物技术,结果表明采用该技术彻底解决了聚驱井层间层内吸聚差异大的难题。



新型井下沉砂器研制成功

河南油田为了彻底解决砂堵问题,研制出一种新型井下沉砂器。该沉砂器利用旋流离心分离原理,将挡砂、排砂变为沉砂,使产出液中的砂在沉砂器中形成外旋流和内旋流,经旋流和重力双重作用而沉入释放器,当超过释放器承受量时落入人工井底。施工时在防砂器底部下 5 根以上尾管和丝堵,使砂能沉积在尾管内,下次作业时起出清洗干净。它能使油井平均检泵周期由 78 d 延长到 286 d,并解决了以往化学防砂、绕丝滤砂管等存在的细粉砂易堵塞、造价高、重复利用率低及有效周期短的不足。