

◀ 钻井与完井 ▶

存在上凸弯曲的水平井眼中钻柱的屈曲分析

朱炳坤

(西安石油大学 机械工程学院, 陕西 西安 710065)

摘要: 在铅垂平面内水平井眼轨迹为一条上下起伏的波浪线, 因此在某一段井眼轨迹会呈现上凸弯曲, 受其约束位于其中的钻柱也会存在上凸初弯曲。利用能量法对水平井眼中存在上凸初弯曲钻柱的屈曲问题进行了分析研究, 推导出了屈曲载荷的计算公式。公式表明, 水平井眼中当钻柱存在上凸初弯曲时其屈曲载荷的大小不仅与钻柱的长度、截面尺寸、材料以及钻柱与井眼之间的间隙等有关, 还与钻柱上凸初弯曲的程度有关系, 不可忽略其影响。算例分析表明, 水平井眼中钻柱存在的上凸初弯曲会使其屈曲载荷减小, 上凸初弯曲程度越大, 屈曲载荷减小的幅度越大。

关键词: 水平井; 井眼轨迹; 弯曲井眼; 钻柱; 受力分析; 数学模型

中图分类号: TE243; TE921⁺. 2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-0890(2008)01-0009-04

在水平井眼中为减小摩擦一般用钻杆来传递钻压, 承压钻柱是一个细长杆, 在钻井工程中又要受到较大钻压的作用, 存在屈曲的可能性, 所以有必要对水平井眼中钻柱的稳定性予以研究。另外, 在水平井钻井过程中, 井眼轨迹不可能完全水平, 而是在垂直平面中会出现一些弯曲, 井眼轨迹近似为一条上下起伏的波浪线^[1]。所以, 一般情况下水平井眼中的钻柱是一个有初弯曲的受压杆件, 而钻柱存在上凸初弯曲就是其中的一种情况。在现有的研究水平井眼中钻柱稳定性的文献中^[2-5], 对这一现象基本没有考虑。为此, 笔者对水平井井眼轨迹存在上凸弯曲时钻柱的稳定性进行了分析, 提出了相应的屈曲载荷计算公式。

1 力学模型

当水平井眼轨迹在钻井过程中出现上凸弯曲时, 受井眼的约束, 钻柱就会呈现上凸初弯曲状态, 其初弯曲的曲率就是井眼的曲率。设井眼轴线在铅垂面内, 并且井壁是刚性的, 由于受重力的影响, 钻柱将贴着下井壁。当钻压达到某一值时, 钻柱发生侧向屈曲, 这时钻柱沿侧向相对于下井壁偏离了一个角度 θ , 并保持与井壁的接触(如图 1 所示)。

取钻柱两端为铰支, 建立如图 2 所示力学模型, 则钻柱的初弯曲形状可近似表示为:

$$y = -a \sin \frac{\pi s}{l} \quad (1)$$

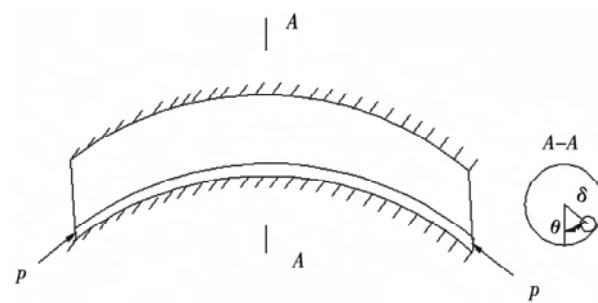


图 1 存在上凸弯曲的水平井眼中钻柱的屈曲示意

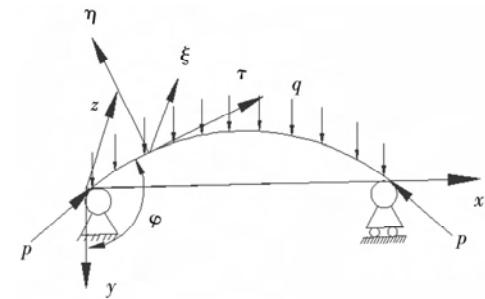


图 2 水平井眼中存在上凸初弯曲钻柱的受力示意
式中, l 为钻柱长度; a 为钻柱上凸初弯曲的最大挠度; s 为钻柱的弧长坐标。

在钻柱上任一点 S 处, 其截面转角为:

收稿日期: 2007-02-12; 改回日期: 2007-10-25

作者简介: 朱炳坤(1965—), 男, 陕西蒲城人, 1985 年毕业于西安石油学院机械工程系矿机专业, 副教授, 现从事石油机械方面的教学科研工作。

联系电话: (029)88382616

$$\varphi = \frac{dy}{ds} = -a \frac{\pi}{l} \cos \frac{\pi s}{l} \quad (2)$$

在钻柱上任一点处钻柱切线方向的单位向量:

$$\tau = \sin\phi \mathbf{i} + \cos\phi \mathbf{k} \quad (3)$$

式中, ϕ 为钻柱上任一点处的井斜角, 其值为 $\phi = \frac{\pi}{2}$

$-\psi$ 。钻柱初弯曲的曲率为:

$$\kappa = \left| \frac{d\tau}{ds} \right| = a \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \sin \frac{\pi s}{l} \quad (4)$$

为了便于研究, 在钻柱上任一截面形心建立局部坐标系 $s\tau\eta\xi$, τ 轴指向钻柱的切线方向, η 轴指向钻柱的法线方向, ξ 轴垂直 τ 、 η 轴, 构成右手系。 τ 、 η 、 ξ 方向的位移分别为 u 、 v 、 w 。钻柱在工作时, 当钻柱承受的钻压 p 达到某一值时, 在侧向扰动作用下钻柱将发生侧向屈曲, 这时钻柱便相对于下井壁产生一个偏转角 θ 。这时钻柱任一截面形心产生的位移是 $v = \delta(1 - \cos\theta)$, $w = \delta \sin\theta$, δ 为钻柱截面形心和井眼形心的径向距离。

2 屈曲载荷的计算

钻柱屈曲后, 钻柱上任一点 S 处的合成弯矩为:

$$M(s) = EI \left\{ \kappa^2 - 2\kappa\delta \frac{d^2 \cos\theta}{ds^2} + \delta^2 \left[\left(\frac{d^2\theta}{ds^2} \right)^2 + \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^4 \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

式中, EI 为钻柱的抗弯刚度 (E 为钻柱材料的弹性模量, I 为钻柱截面的惯性矩), $N \cdot m^2$ 。

钻柱屈曲后的总势能包括应变能和外力势能, 应变能包括钻柱弯曲应变能, 外力势能包括重力所做的功和轴向压力所做的功, 这里忽略了摩擦力的影响。

弯曲应变能为:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2EI} \int_0^l M^2(s) ds \\ &= \frac{1}{2} EI \int_0^l \left\{ \kappa^2 - 2\kappa\delta \frac{d^2 \cos\theta}{ds^2} + \delta^2 \left[\left(\frac{d^2\theta}{ds^2} \right)^2 + \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^4 \right] \right\} ds \end{aligned} \quad (6)$$

钻柱屈曲后, 钻柱上 S 点处截面形心沿铅垂方向产生的位移为:

$$\Delta y = -\delta(1 - \cos\theta) \sin\phi \quad (7)$$

则重力所做的功为:

$$W_1 = -q\delta \int_0^l (1 - \cos\theta) \sin\phi ds \quad (8)$$

式中, q 为钻柱单位长度重量, N/m 。由于所钻的是水平井眼, 虽然井眼轨迹发生了一定的弯曲, 但弯曲程度不大, 因此 $\phi \approx \frac{\pi}{2}$, 所以重力所做的功可以写成:

$$W_1 = -q\delta \int_0^l (1 - \cos\theta) ds \quad (9)$$

在钻柱上 S 点处取一微元体, 屈曲前后该微元体两断面之间沿钻柱切线 τ 方向产生的相对位移为:

$$du = \frac{1}{2} \delta^2 \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^2 + \kappa\delta(1 - \cos\theta) \quad (10)$$

则轴向压力所做的功为:

$$W_2 = \frac{1}{2} p\delta^2 \int_0^l \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^2 + p\delta \int_0^l \kappa(1 - \cos\theta) ds \quad (11)$$

设钻柱屈曲后形成 n 个半波, 则令:

$$\theta(s) = \theta_0 \sin \frac{n\pi s}{l} \quad (12)$$

式中, θ_0 是微量。在小变形的条件下, 有:

$$1 - \cos\theta \approx \frac{1}{2}\theta^2 = \frac{1}{2}\theta_0 \sin \frac{n\pi s}{l} \quad (13)$$

将式(12)、(13)代入式(6)可得到:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} EI \int_0^l \left\{ a^2 \left(\frac{\pi}{l} \right)^4 \sin^2 \frac{\pi s}{l} + 2a\delta\theta_0^2 n^2 \left(\frac{\pi}{l} \right)^4 \right. \\ &\quad \left. \sin \frac{\pi s}{l} \cos \frac{2n\pi s}{l} + \delta^2 \left[\left(\frac{d^2\theta}{ds^2} \right)^2 + \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^4 \right] \right\} ds \\ &= \frac{1}{4} EI a^2 \left(\frac{\pi}{l} \right)^4 l + \frac{1}{4} EI l \theta_0^2 \delta^2 \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 \end{aligned} \quad (14)$$

将式(12)、(13)代入式(9), 积分可得:

$$W_1 = \frac{1}{4} q\delta l \theta_0^2 \quad (15)$$

将式(12)、(13)代入式(11)可得轴向压力所做的功为:

$$\begin{aligned} W_2 &= \frac{1}{2} p\delta^2 a^2 \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \int_0^l \cos^2 \frac{n\pi s}{l} ds + \\ &\quad \frac{1}{2} p\delta\theta_0^2 a \left(\frac{\pi}{l} \right)^2 \int_0^l \sin \frac{\pi s}{l} \sin^2 \frac{n\pi s}{l} ds \\ &= \frac{1}{4} pl\theta_0^2 \delta^2 \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 + \frac{1}{2} p\delta\theta_0^2 a \frac{\pi}{l} \end{aligned} \quad (16)$$

外力势能 $V = -(W_1 + W_2)$, 则钻柱屈曲后的总势能为:

$$\Pi = U + V$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4} EI l \delta^2 \theta_0^2 \left(\frac{n\pi}{l} \right)^4 - \frac{1}{4} pl\theta_0^2 \delta^2 \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 - \\ &\quad \frac{1}{2} p\delta\theta_0^2 a \frac{\pi}{l} + \frac{1}{4} \theta_0^2 l \delta q + \frac{1}{4} EI l a^2 \left(\frac{\pi}{l} \right)^4 \end{aligned} \quad (17)$$

根据势能驻值定理^[6] $\frac{\partial \Pi}{\partial \theta_0} = 0$, 所以有:

$$p = \frac{EI\left(\frac{n\pi}{l}\right)^4 + \frac{q}{\delta}}{\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 + \frac{2a}{\delta}\left(\frac{\pi}{l^2}\right)} \quad (18)$$

则临界载荷为:

$$p_{cr} = p_{min} \quad (19)$$

3 讨 论

3.1 半波数 n 的确定

半波数 n 应使 p 为最小, 为了得到 n , 可以把 p 看作 n 的连续函数, 由 $\frac{\partial p}{\partial n} = 0$, 可得:

$$n = \frac{1}{\pi} \sqrt{-\frac{2a}{\delta}\left(\frac{\pi}{l^2}\right) + \sqrt{4\left[\frac{a}{\delta}\left(\frac{\pi}{l^2}\right)\right]^2 + \frac{q}{EI\delta}}} \quad (20)$$

由于 n 必须是整数, 所以取与 n 相邻的两个整数, 将它们分别代入式(18), 经比较即可得到屈曲载荷。当钻柱较长时, 可直接将由式(20)计算得到的 n 代入式(18)进行计算, 可以得出近似的屈曲载荷, 其值为:

$$p_{cr} = -\frac{4EIa}{\delta}\left(\frac{\pi}{l^2}\right) + 2\sqrt{\frac{4(EI)^2a^2}{\delta^2}\left(\frac{\pi}{l^2}\right)^2 + \frac{EIq}{\delta}} \quad (21)$$

3.2 上凸初弯曲的影响

由式(21)可以看出, 钻柱上凸初弯曲会直接影响钻柱的屈曲载荷, 不可忽略不计。当钻柱无上凸初弯曲, 即 $a=0$ 时, 式(18)和式(20)可简化为:

$$p = EI\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 + \frac{q}{\delta}\left(\frac{l}{n\pi}\right)^2 \quad (22)$$

$$n = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{q}{EI\delta}} \quad (23)$$

当钻柱较长时, 可将式(23)直接代入式(22)得:

$$p_{cr} = 2\sqrt{\frac{EIq}{\delta}} \quad (24)$$

这恰好和文献[5]里得出的水平井眼轨迹为直线时钻柱的屈曲载荷是一致的。说明实际水平井眼轨迹一般情况下都存在一定的弯曲, 其轨迹完全处于直线状态只是其中的一种特殊情况。

3.3 钻柱自重的影响

当不考虑钻柱自重时, 即 $q=0$, 则式(18)可以简化为:

$$p = \frac{EI\left(\frac{n\pi}{l}\right)^4}{\left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 + \frac{2a}{\delta}\left(\frac{\pi}{l^2}\right)} \quad (25)$$

从式(25)中可以看出当 $n=1$, 其值最小, 所以:

$$p_{cr} = \frac{EI\left(\frac{\pi}{l}\right)^4}{\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 + \frac{2a}{\delta}\left(\frac{\pi}{l^2}\right)} \quad (26)$$

从式(26)中可以看出, 水平井眼中钻柱存在上凸初弯曲会造成屈曲载荷的减小。如果不存在上凸初弯曲, 则式(26)可简化为:

$$p_{cr} = EI\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \quad (27)$$

这恰好是两端铰支压杆的欧拉临界载荷。

4 算例及分析

某水平井眼直径为 216 mm, $\phi 141$ mm 钻杆抗弯模量 $EI=1924$ kN·m², 单位长度钻杆在空气中重力为 418 N/m, 钻井液密度 1.4×10^3 kg/m³, 钢的密度为 7.8×10^3 kg/m³, 水平井眼中存在上凸弯曲段的长度为 200 m, 其最大挠度为 a , 求位于水平井眼上凸弯曲段中的钻柱的屈曲载荷。

当这一段钻柱不存在上凸初弯曲时, 由式(24)可得这段钻柱的屈曲载荷为:

$$p'_{cr} = 2\sqrt{\frac{EIq}{\delta}} = 265 \text{ (kN)}$$

而当这一段钻柱存在上凸初弯曲时, 在不同初弯曲状态下, 根据式(21)计算的钻柱的屈曲载荷见表 1。

表 1 不同上凸初弯曲时钻柱的屈曲载荷

| a/m | p_{cr}/kN | $\Delta p_{cr} = p_{cr} - p'_{cr}$ | $\Delta p_{cr}/p_{cr}, \%$ |
|-------|--------------------|------------------------------------|----------------------------|
| 0 | 265 | 0 | 0 |
| 1 | 250 | -15 | -5.67 |
| 2 | 235 | -30 | -11.32 |
| 3 | 222 | -43 | -16.20 |
| 4 | 209 | -56 | -21.10 |
| 5 | 197 | -68 | -25.67 |
| 6 | 186 | -79 | -29.81 |
| 7 | 176 | -89 | -33.58 |

从表 1 数据可以看出, 钻柱上凸初弯曲的程度越大(即 a 越大), 其屈曲载荷越小。当钻柱上凸初弯曲程度较大时, 其屈曲载荷相对于直线状态时减小的幅度是相当大的。所以当水平井眼轨迹在钻进过程中出现上凸弯曲时, 必须考虑由此对钻柱屈曲载荷所带来的影响。

5 结 论

1)推导出了水平井眼中具有上凸初弯曲钻柱屈曲载荷的计算公式。作为特殊情况,所推导的公式也可用于水平井眼轨迹为直线时钻柱屈曲载荷的计算,这时它和文献[5]中的公式是一致的。

2)公式表明,水平井眼中钻柱存在上凸初弯曲会对钻柱的屈曲载荷产生直接影响。算例分析表明,水平井眼中钻柱存在上凸初弯曲会造成钻柱屈曲载荷的减小,当上凸初弯曲的程度较大时,屈曲载荷减小的幅度相当大,其影响不可以忽略。

3)计算表明,虽然水平井眼轨迹存在上凸弯曲会造成位于其中的钻柱屈曲载荷的减小,但其承载能力和垂直井眼相比较大,因此在水平井眼中完全

可以采用钻杆来传递钻压。

参 考 文 献

- [1] 苏义脑. 水平井井眼轨道控制[M]. 北京: 石油工业出版社, 1997; 190-195.
- [2] 马善洲, 韩志勇. 短半径水平井钻柱强度和应力计算[J]. 石油钻探技术, 2002, 30(4): 6-8.
- [3] 于永南, 韩志勇, 路永明. 斜直井眼中钻柱侧向屈曲的研究[J]. 石油大学学报(自然科学版), 1997, 21(3): 65-67.
- [4] Chen Y C, Lin Y H, Cheathan J B. Tubing and casing buckling in horizontal wells[J]. JPT, 1990, 42(2): 140-141, 191.
- [5] 吕英民, 师建, 蔡强康. 水平井眼中钻柱的临界载荷[J]. 石油钻采工艺, 1992, 14(4): 1-6.
- [6] 陈铁云, 沈惠中. 结构的屈曲[M]. 上海: 上海科学技术文献出版社, 1993; 1-24.

[审稿 韩志勇]

Buckling Analysis of Drill Stem in Upward Horizontal Hole Section

Zhu Bingkun

(School of Mechanical Engineering, Xi'an Shiyou University, Xi'an, Shanxi, 710065, China)

Abstract: The trajectory of horizontal well was a wave line in vertical plane, therefore some sections are upward as well as corresponding drill stem restrained by the wellbore. The energy method was used to analyze the buckling problem of drill stem with initial upward. The formula to calculate buckling load was derived. The formula indicates that buckling load of the drill stem with initial upward is related with length of drill stem, cross-sectional area, material, clearance between drill string and well bore, as well as the buckling degree, which can not be ignored. The calculations indicate that the initial upward bent of drill reduce the buckling load, and the more initial upward, the higher the decrease of buckling load.

Key words: horizontal well; hole trajectory; crooked hole; drill stem; force analysis; mathematical model

◀ 书 讯 ▶

《定向钻井设计与计算》(第二版)出版发行

由韩志勇教授编著的《定向钻井设计与计算》(第二版),近日已由中国石油大学出版社出版发行,全书42.4万字,平装本,定价43元(网址:<http://www.uppbook.com.cn>; E-mail: shiyoujiaoyu@126.com; 联系电话:0546-8392791,8392563)。该书在1989年12月出版的第一版《定向井设计与计算》(石油工业出版社出版)基础上,删去了落后、过时的内容,保留了有用的部分,增加了大量新内容,反映了最近20年来作者关于定向钻井理论与技术的研究成果,其中很多内容是第一次公开发表。

全书共分3章:

第一章 定向井轨迹计算与轨迹绘图 从定向井的基本概念讲起,详细地介绍了定向井轨迹的测斜计算、轨迹的内插与外推、轨迹的质量评价以及轨迹的绘图等的主要方法和计算公式。

第二章 定向井井眼轨道设计 介绍了定向井井眼轨道设计,给出了9种类型的定向井井眼轨道设计的思路、方法和整套设计的计算公式。

第三章 定向井轨迹控制原理和计算 介绍了定向井轨迹控制原理和计算,在讲述造斜工具及其造斜原理和轨迹控制的基本方法之后,详细介绍了斜面法扭方位和柱面法扭方位的概念和特点,给出了两种扭方位方法详细的实用计算公式,并指出了公式在使用中存在的问题和注意事项。

该书可作为石油大专院校石油工程专业学生的选修课教材和定向钻井工程技术人员的培训教材,也可供石油工程和地质钻探工程技术人员参考。