

# 非对称裂缝压裂气井稳态产能研究

任俊杰<sup>1</sup>, 郭平<sup>1</sup>, 彭松<sup>1</sup>, 姜凯凯<sup>2</sup>

(1. 油气藏地质及开发工程国家重点实验室(西南石油大学), 四川成都 610500; 2. 中国石油长庆油田分公司第一采油厂, 陕西延安 716009)

**摘要:**为了准确预测非对称裂缝压裂气井的产能,指导和优化气井压裂,根据保角变换原理,通过引入气体压力函数,建立了裂缝内气体流动的微分方程组,最后通过求解微分方程组得到了非对称裂缝压裂气井的产量计算公式。利用某油田非对称裂缝压裂气井的数据,验证了推导出的非对称裂缝压裂气井产量计算公式的准确性。利用该计算公式分析了裂缝的非对称性对压裂气井产能的影响,结果表明:在其他参数相同的条件下,裂缝的非对称性越严重,压裂气井的产量越低;当井底流压较高时,裂缝的非对称性对压裂气井产量的影响较小;当井底流压较低时,裂缝的非对称性对压裂气井产量的影响较大。因此为获得较高的产能,应尽可能保证压裂裂缝沿井筒对称分布。

**关键词:**非对称裂缝 压裂气井 稳态产能 有限导流 非达西流 数学模型

中图分类号:TE32<sup>+8</sup> 文献标识码:A 文章编号:1001-0890(2014)04-0097-05

## Steady-State Productivity for Asymmetrically Fractured Gas Wells

Ren Junjie<sup>1</sup>, Guo Ping<sup>1</sup>, Peng Song<sup>1</sup>, Jiang Kaikai<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Oil & Gas Reservoir Geology and Exploitation(Southwest Petroleum University), Chengdu, Sichuan, 610500, China; 2. No. 1 Oil Production Plant, PetroChina Changqing Oil-field Company, Yan'an, Shaanxi, 716009, China)

**Abstract:** In order to accurately predict the productivity of asymmetrically fractured gas wells and optimize gas wells fracturing, according to the conformal transformation principle, the productivity computation formula for such wells was established by introducing the gas pressure function and solving the differential equations for gas flow in fractures. This formula was validated by the real data of asymmetrically fractured gas wells in an oil field. The effects of fracture asymmetry on the productivity of fractured gas wells was analyzed with this formula. The results showed that, given the same parameters, the more the asymmetry of fractures, the lower the production of fractured gas wells. When the flowing bottomhole pressure is higher, the production of asymmetrically fractured gas wells is less affected by the asymmetry of fractures, but for the lower flowing bottomhole pressure, the effect is just contrary. So, the fractures should be kept in symmetric distribution along the wellbore to obtain a relatively high productivity of gas wells if it is possible.

**Key words:** asymmetric fracture; fractured gas well; steady-state productivity; finite conductivity; non-Darcy flow; mathematical model

随着气田勘探开发的深入,我国发现的不同类型的复杂气藏越来越多,其中低渗透气藏在已探明天然气地质储量中占有相当大的比重,而低渗透气藏中多数井自然产能较低,必须实施压裂改造才具备生产能力<sup>[1-3]</sup>。目前关于垂直压裂井产能评价的研究较多:蒋廷学<sup>[4]</sup>和汪永利等人<sup>[5]</sup>采用保角变换分别研究了油藏和气藏垂直压裂井的产能计算方法;杨正明等人<sup>[6]</sup>在将气体流动分为径向流和线性流的基础上,建立了压裂井产能模型;郭建春等人<sup>[7]</sup>提出了新的压裂气井二项式产能公式;另外一些学者<sup>[8-12]</sup>分别研究了启动压力梯度、滑脱效应和应力敏感等因素对压裂

气井产能的影响。但是目前关于压裂气井的产能计算公式基本都是在假设裂缝关于井筒对称基础上推导出来的,而现实中更容易遇到非对称裂缝<sup>[13]</sup>。虽

收稿日期:2013-10-29;改回日期:2014-05-20。

**作者简介:**任俊杰(1985—),男,四川南充人,2009年毕业于华中师范大学数学与应用数学专业,2012年获西南石油大学油气田开发工程专业硕士学位,在读博士研究生,主要从事气田开发理论与方法的研究。

**联系方式:**renjunjie1900@126.com。

**基金项目:**国家科技重大专项“塔里木盆地库车前陆冲断带油气开发示范工程”子课题“超高压气藏高效开发技术”(2011ZX5046-03)资助。

然曹宝军等人<sup>[14]</sup>研究了非对称裂缝无限导流压裂气井的产能模型,但是目前却没有见到关于非对称裂缝有限导流压裂气井的产能计算方法。因此,笔者在非对称裂缝无限导流压裂气井产能模型基础上,建立了非对称裂缝有限导流压裂气井产能模型,分析了裂缝的非对称性对有限导流压裂气井产能的影响。

## 1 模型的假设条件

为便于产能模型的建立,做如下假设:

- 1) 储层为均质各向同性气藏,气井压裂后形成关于井筒非对称分布的垂直裂缝;
- 2) 裂缝剖面为矩形,裂缝完全穿透储层;
- 3) 裂缝宽度相对于气藏的供给半径非常小;
- 4) 裂缝具有无限导流或有限导流能力;
- 5) 气体在气藏及裂缝内均为单相流动,且气藏中气体的流动符合达西定律,而裂缝中的气体流动符合 Forchheimer 非达西流动方程;
- 6) 稳态渗流,不考虑地层的垂向流动及裂缝附近的污染。

## 2 产能模型的建立及求解

压裂气井的裂缝关于井筒非对称分布,设井筒两边的长短裂缝翼长度分别为  $L_1$  和  $L_2$ ,并且在  $z$  平面建立  $xOy$  坐标系(如图 1(a)),其中线段 AB 表示裂缝,点 O 表示井筒。

首先取如下保角变换函数<sup>[14-15]</sup>:

$$z - V = L \operatorname{ch} w \quad (1)$$

$$V = \frac{L_1 - L_2}{2} \quad (2)$$

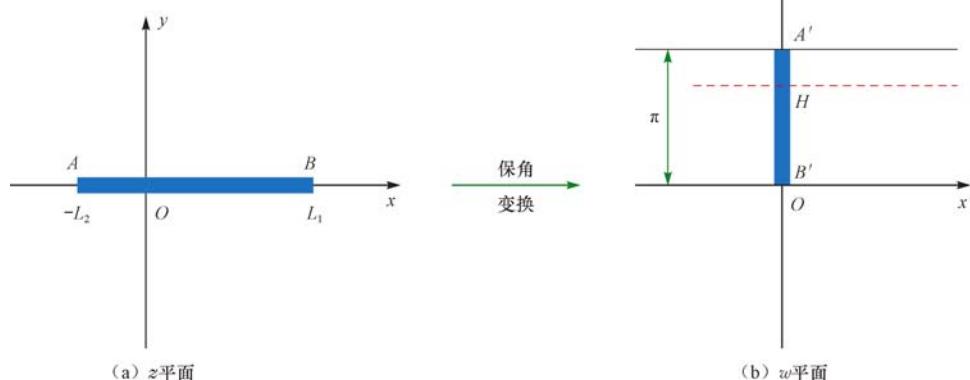


图 1 非对称裂缝压裂气井保角变换示意

Fig. 1 Schematic diagram of conformal transformation for asymmetrically fractured gas wells

$$L = \frac{L_1 + L_2}{2} \quad (3)$$

$$\operatorname{ch} w = \frac{e^w + e^{-w}}{2} \quad (4)$$

根据保角变换的原理,设  $z = x + iy$ ,  $w = x' + iy'$ ,将其代入式(1)得:

$$(x - V) + iy = L(\operatorname{ch} x' \cos y' + i \operatorname{sh} x' \sin y') \quad (5)$$

对比式(5)的实部和虚部可以得到:

$$x - V = L \operatorname{ch} x' \cos y' \quad (6)$$

$$y = L \operatorname{sh} x' \sin y' \quad (7)$$

$$\operatorname{sh} x' = \frac{e^{x'} - e^{-x'}}{2} \quad (8)$$

由式(6)和式(7)可知图 1(a)中的  $z$  平面将被映射为图 1(b)中的  $w$  平面(即宽度为  $\pi$  的带状地层)。此时  $z$  平面中的裂缝 AB 将映射为  $w$  平面上的 A'B',  $z$  平面上的井筒点 O 映射为  $w$  平面上的点 H,容易知道点 A', B' 和 H 在  $w$  平面的坐标分别为  $(0, \pi)$ ,  $(0, 0)$ ,  $\left[0, \arccos\left(\frac{L_2 - L_1}{L_1 + L_2}\right)\right]$ 。此时,在  $z$  平面内压裂气井的复杂渗流问题将转化为在  $w$  平面内简单的单向渗流问题。

当裂缝为无限导流时,气体在气藏中的流动符合达西定律<sup>[16]</sup>(压力函数推导),因此,  $w$  平面上  $1/2$  区域的流量为:

$$\frac{Q_{sc}}{2} = \frac{1}{2} \frac{T_{sc}}{Z p_{sc} T} \frac{K h \pi}{\mu} \frac{p_e^2 - p_{wf}^2}{x'_0} \quad (9)$$

式中:  $Q_{sc}$  为地面标准状况下的产量,  $\text{m}^3/\text{s}$ ;  $T_{sc}$  为地面标准状况下的温度,  $\text{K}$ ;  $Z$  为气体在气藏条件下的偏差因子;  $p_{sc}$  为地面标准状况下的压力,  $\text{Pa}$ ;  $T$  为气藏条件下的温度,  $\text{K}$ ;  $K$  为气藏基质渗透率,  $\text{m}^2$ ;  $h$  为储层厚度,  $\text{m}$ ;  $p_e$  为供给压力,  $\text{Pa}$ ;  $\mu$  为气体在气藏条件下的黏度,  $\text{Pa} \cdot \text{s}$ ;  $p_{wf}$  为井底流压,  $\text{Pa}$ ;  $x'_0$  为  $w$  平

面内供给边界到 A'B' 的距离, m。

联立式(6)和式(7), 当  $x'_0$  取适当大时, 可得:

$$(x - V)^2 + y^2 = r_e^2 = \frac{L^2 e^{2x'_0}}{4} \quad (10)$$

式中,  $r_e$  为供给半径, m。

由式(10)可以得到:

$$x'_0 = \ln\left(\frac{2r_e}{L}\right) \quad (11)$$

将式(3)和式(10)代入式(9), 并整理得:

$$Q_{sc} = \frac{T_{sc} K h \pi}{Z p_{sc} T \mu} \frac{p_e^2 - p_{wf}^2}{\ln\left(\frac{4r_e}{L_1 + L_2}\right)} \quad (12)$$

式(12)就是文献[14]中的非对称裂缝无限导流压裂气井的产能公式。从该式可以看出, 在裂缝总长度一定的情况下, 无限导流压裂气井的产能与裂缝的非对称性没有关系。

当裂缝为有限导流时, 则需要考虑裂缝内压力降对气井产能的影响。考虑到对称性, 只讨论  $w$  平面上右半平面区域。

裂缝中气体的压力函数  $\Psi_f$  的定义为:

$$\Psi_f = \int_{p_0}^{p_f} \rho dP = \int_{p_0}^{p_f} \frac{\rho_{sc} T_{sc}}{Z T} \frac{p}{p_{sc}} dP \approx \frac{\rho_{sc} T_{sc}}{2 p_{sc} Z T} (p_f^2 - p_0^2) \quad (13)$$

式中:  $\rho$  为气体在气藏条件下的密度,  $\text{kg/m}^3$ ;  $p_0$  为井底压力,  $\text{Pa}$ ;  $\rho_{sc}$  为气体在地面标准状况下的密度,  $\text{kg/m}^3$ ;  $p_f$  为裂缝内的压力,  $\text{Pa}$ ;  $Z$  为气体在平均气藏压力下的偏差因子。

根据微元法, 可以得到裂缝内气体流动的微分方程( $w$  平面上内)<sup>[5]</sup>:

$$-\delta_1 \frac{K_f}{\mu} \frac{d^2 \Psi_f}{dy'^2} \frac{1}{2} w_f = v_R(y') \quad (0 \leq y' < H) \quad (14)$$

$$-\delta_2 \frac{K_f}{\mu} \frac{d^2 \Psi_f}{dy'^2} \frac{1}{2} w_f = v_R(y') \quad (H \leq y' \leq \pi) \quad (15)$$

$$\text{其中 } H = \arccos\left(\frac{L_2 - L_1}{L_1 + L_2}\right) \quad (16)$$

式中:  $K_f$  为裂缝渗透率,  $\text{m}^2$ ;  $w_f$  为裂缝宽度,  $\text{m}$ ;  $v_R$  为气藏向裂缝的渗流速度,  $\text{m/s}$ ;  $\delta_1, \delta_2$  分别为井筒两边长短裂缝翼的非达西流修正系数。

进一步推导可以得到:

$$v_R(y') = \frac{K_f}{\mu} \frac{\Psi_e - \Psi_f(y')}{\ln\left(\frac{4r_e}{L_1 + L_2}\right)} \quad (17)$$

式中,  $\Psi_e$  为供给压力  $p_e$  对应的气体压力函数。

将式(17)分别代入式(14)和式(15)得:

$$\frac{d^2 \Psi_f}{dy'^2} - \frac{K_f}{\frac{1}{2} \delta_1 w_f K_f \ln\left(\frac{4r_e}{L_1 + L_2}\right)} \Psi_f = -\frac{K_f}{\frac{1}{2} \delta_1 w_f K_f} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{4r_e}{L_1 + L_2}\right)} \Psi_e \quad (0 \leq y' < H) \quad (18)$$

$$\frac{d^2 \Psi_f}{dy'^2} - \frac{K_f}{\frac{1}{2} \delta_2 w_f K_f \ln\left(\frac{4r_e}{L_1 + L_2}\right)} \Psi_f = -\frac{K_f}{\frac{1}{2} \delta_2 w_f K_f} \cdot \frac{1}{\ln\left(\frac{4r_e}{L_1 + L_2}\right)} \Psi_e \quad (H \leq y' \leq \pi) \quad (19)$$

边界条件为:

$$\frac{d\Psi_f}{dy'} = 0 \quad (y = 0 \text{ 和 } y = \pi) \quad (20)$$

$$\Psi_f = \Psi_{wf} \quad \left( y' = \arccos\left(\frac{L_2 - L_1}{L_1 + L_2}\right) \right) \quad (21)$$

式中,  $\Psi_{wf}$  为井底流压  $p_{wf}$  对应的气体压力函数。

求解由式(18)–(21)构成的定解问题, 得:

$$\Psi_f = \frac{\Psi_{wf} - \Psi_e}{e^{H\sqrt{\lambda_1}} + e^{-H\sqrt{\lambda_1}}} (e^{y'\sqrt{\lambda_1}} + e^{-y'\sqrt{\lambda_1}}) + \Psi_e \quad (0 \leq y' < H) \quad (22)$$

$$\Psi_f = \frac{\Psi_{wf} - \Psi_e}{e^{H\sqrt{\lambda_2}} + e^{-(2\pi-H)\sqrt{\lambda_2}}} e^{y'\sqrt{\lambda_2}} + \frac{(\Psi_{wf} - \Psi_e)e^{2\pi\sqrt{\lambda_2}}}{e^{H\sqrt{\lambda_2}} + e^{(2\pi-H)\sqrt{\lambda_2}}} e^{-y'\sqrt{\lambda_2}} + \Psi_e \quad (H \leq y' \leq \pi) \quad (23)$$

$$\text{其中 } \lambda_1 = \frac{2K_f}{\delta_1 w_f K_f \ln\left(\frac{4r_e}{L_1 + L_2}\right)} \quad (24)$$

$$\lambda_2 = \frac{2K_f}{\delta_2 w_f K_f \ln\left(\frac{4r_e}{L_1 + L_2}\right)} \quad (25)$$

最后, 根据达西定律得到非对称裂缝有限导流压裂气井的质量流量:

$$G_f = 2 \frac{K_f}{\mu} \frac{1}{2} w_f h \left( -\delta_1 \left. \frac{d\Psi_f}{dy'} \right|_{H^-} + \delta_2 \left. \frac{d\Psi_f}{dy'} \right|_{H^+} \right) = \frac{K_f w_f h}{\mu} \left[ \frac{\delta_1 (\Psi_e - \Psi_{wf}) \sqrt{\lambda_1}}{e^{H\sqrt{\lambda_1}} + e^{-H\sqrt{\lambda_1}}} (e^{H\sqrt{\lambda_1}} - e^{-H\sqrt{\lambda_1}}) - \frac{\delta_2 (\Psi_e - \Psi_{wf}) \sqrt{\lambda_2}}{e^{H\sqrt{\lambda_2}} + e^{(2\pi-H)\sqrt{\lambda_2}}} (e^{H\sqrt{\lambda_2}} - e^{(2\pi-H)\sqrt{\lambda_2}}) \right] \quad (26)$$

式中,  $G_f$  为压裂气井的质量流量,  $\text{kg/m}^3$ 。

根据式(13)气体压力函数的定义, 式(26)中的压力函数差  $\Psi_e - \Psi_{wf}$  表示成真实压力的关系为:

$$\Psi_e - \Psi_{wf} = \int_{p_0}^{p_e} \rho dP - \int_{p_0}^{p_{wf}} \rho dP = \int_{p_{wf}}^{p_e} \rho dP = \int_{p_{wf}}^{p_e} \frac{\rho_{sc} T_{sc}}{Z T} \frac{p}{p_{sc}} dP \approx \frac{\rho_{sc} T_{sc}}{2 p_{sc} Z T} (p_e^2 - p_{wf}^2) \quad (27)$$

将式(27)代入式(26)得:

$$G = \frac{K_f w_f h Q_{sc}}{2\mu p_{sc} Z T} (p_e^2 - p_{wf}^2) \left[ \frac{\delta_1 \sqrt{\lambda_1} (e^{H\sqrt{\lambda_1}} - e^{-H\sqrt{\lambda_1}})}{e^{H\sqrt{\lambda_1}} + e^{-H\sqrt{\lambda_1}}} - \frac{\delta_2 \sqrt{\lambda_2} (e^{H\sqrt{\lambda_2}} - e^{(2\pi-H)\sqrt{\lambda_2}})}{e^{H\sqrt{\lambda_2}} + e^{(2\pi-H)\sqrt{\lambda_2}}} \right] \quad (28)$$

则压裂气井井口标准状况下的体积流量为:

$$Q_{sc} = \frac{K_f w_f h T_{sc}}{2\mu p_{sc} Z T} (p_e^2 - p_{wf}^2) \left[ \frac{\delta_1 \sqrt{\lambda_1} (e^{H\sqrt{\lambda_1}} - e^{-H\sqrt{\lambda_1}})}{e^{H\sqrt{\lambda_1}} + e^{-H\sqrt{\lambda_1}}} - \frac{\delta_2 \sqrt{\lambda_2} (e^{H\sqrt{\lambda_2}} - e^{(2\pi-H)\sqrt{\lambda_2}})}{e^{H\sqrt{\lambda_2}} + e^{(2\pi-H)\sqrt{\lambda_2}}} \right] \quad (29)$$

非达西流修正系数的表达式<sup>[5]</sup>为:

$$\delta_1 = \left[ 1 + \frac{\beta_0 K_f v_1}{\mu} \right]^{-1} \approx \left[ 1 + \frac{\beta_0 K_f L_1 Q_{sc}}{(L_1 + L_2) \mu w_f h} \right]^{-1} \quad (30)$$

$$\delta_2 = \left[ 1 + \frac{\beta_0 K_f v_2}{\mu} \right]^{-1} \approx \left[ 1 + \frac{\beta_0 K_f L_2 Q_{sc}}{(L_1 + L_2) \mu w_f h} \right]^{-1} \quad (31)$$

其中  $\beta = b / K_f^a$  (32)

式中: $v_1$  和  $v_2$  分别为长度  $L_1$  和  $L_2$  裂缝翼中的渗流速度, m/s;  $a$  和  $b$  为与支撑剂粒径相关的参数, 在不同支撑剂粒径条件下,  $a$  和  $b$  的值见表 1<sup>[17]</sup>。

表 1 裂缝中不同支撑剂粒径条件下  $a$  和  $b$  的值

Table 1 Values of  $a$  and  $b$  for different sizes of proppants in fractures

支撑剂粒径/mm	$a$	$b$
2.12~3.18	1.24	3.23
1.27~2.54	1.34	2.63
0.64~1.27	1.56	1.65
0.42~0.64	1.60	1.10

在求解非对称裂缝有限导流压裂气井产量时, 需要用试凑法联立式(29)~(31)求解。即先假设一个  $Q_{sc}$  值, 代入式(30)和式(31)求出  $\delta_1$  和  $\delta_2$ , 然后将求出的  $\delta_1$  和  $\delta_2$  代入式(29)求出一个新的  $Q_{sc}$  值, 如果前后 2 个  $Q_{sc}$  值相差较大, 则将新的  $Q_{sc}$  值代入式(30)和式(31), 反复迭代, 直到相邻 2 次求解的  $Q_{sc}$  值相差非常小为止。

可以看出, 当  $L_1 = L_2$  (即  $H = \frac{\pi}{2}$ ) 时, 式(29)就退化为文献[5]中的对称裂缝有限导流压裂气井的产量计算公式, 也就是说文献[5]中的压裂气井产量计算公式只是式(29)的一种特例。

### 3 实例分析

#### 3.1 实例验证

以某油田中一口非对称裂缝压裂气井为例,

验证所推导出的公式是否正确。该井的主要数据为: 储层压力 12.2 MPa, 井底流压 5.5 MPa, 储层渗透率 2.06 mD, 储层有效厚度 10.7 m, 地下气体黏度 0.0175 mPa·s, 储层温度 85.5 °C, 裂缝渗透率 10 000 mD, 裂缝宽度 0.003 m, 裂缝长短翼的长度分别为 350.00 和 50.00 m, 支撑剂粒径 0.4~0.8 mm, 供给半径 600.00 m, 气体偏差因子 0.92, 气体相对密度 0.65。将上述参数代入非对称裂缝压裂气井产量计算公式, 计算出该井的稳态产量为  $17.54 \times 10^4 \text{ m}^3/\text{d}$ , 而该井压裂后的实际稳定产量约为  $17.00 \times 10^4 \text{ m}^3/\text{d}$ , 相对误差为 3.18%。如果用对称裂缝压裂气井产量计算公式, 则计算出的稳态产量为  $18.55 \times 10^4 \text{ m}^3/\text{d}$ , 相对误差为 9.12%。可见用非对称裂缝压裂气井产量计算公式预测的产量比用对称裂缝压裂气井产量计算公式更符合实际情况。

#### 3.2 影响因素分析

为了便于分析裂缝非对称性对压裂气井产能的影响程度, 引入裂缝非对称系数  $\alpha$  来衡量裂缝的非对称性<sup>[13]</sup>, 即:

$$\alpha = \frac{|L_1 - L_2|}{L_1 + L_2} \quad (33)$$

由式(33)可以看出:  $\alpha$  的取值范围为  $0 \leq \alpha \leq 1$ ; 当  $\alpha=0$  时, 裂缝为完全对称;  $\alpha$  越大, 裂缝的非对称程度越严重。

图 2 为在裂缝总长度相同的情况下, 裂缝非对称系数  $\alpha$  对有限导流压裂气井 IPR 曲线的影响关系。

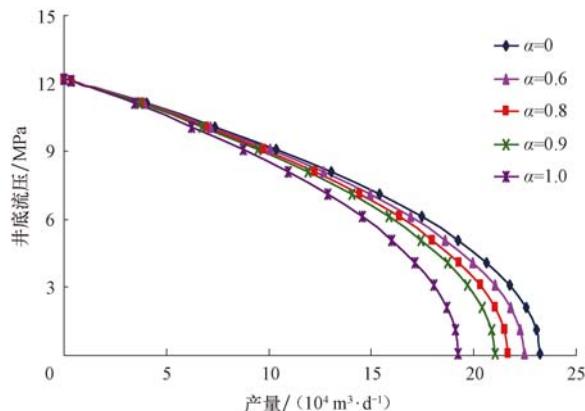


图 2 裂缝非对称系数对有限导流压裂气井 IPR 曲线的影响

Fig. 2 Effects of fracture asymmetry coefficient on IPR curves of finite-conductivity fractured gas wells

从图 2 可以看出, 在相同的井底流压下, 裂缝非对称性越严重(即  $\alpha$  越大), 压裂气井的产量越低, 并且井底流压越低, 裂缝非对称性造成压裂气井产量

降低的程度越严重。

## 4 结 论

1) 在裂缝无限导流和有限导流 2 种情况下,推导出了非对称裂缝压裂气井的产量计算公式。

2) 在裂缝总长度一定的情况下,无限导流压裂气井的产量与裂缝的非对称性没有关系,但是裂缝的非对称性对有限导流压裂气井的产量影响较大。非对称裂缝有限导流压裂气井的产量相对于对称裂缝有限导流压裂气井的产量偏低,并且随着井底流压的降低及裂缝非对称性系数的增大,产量降低程度增大。

3) 在压裂设计及压裂施工过程中,为了获得较高的产量,在其他条件相同的情况下,应尽量保证压裂裂缝相对于井筒对称分布。

## 参 考 文 献

### References

- [1] 张明禄,樊友宏,何光怀,等.长庆气区低渗透气藏开发技术新进展及攻关方向[J].天然气工业,2013,33(8):1-7.  
Zhang Minglu, Fan Youhong, He Guanghuai, et al. Latest progress in development technologies for low-permeability gas reservoirs in the Changqing Gas Zone[J]. Natural Gas Industry, 2013,33(8):1-7.
- [2] 张杨,袁学芳,闫铁,等.水力裂缝分形扩展对压裂效果的影响[J].石油钻探技术,2013,41(4):101-104.  
Zhang Yang, Yuan Xuefang, Yan Tie, et al. Influence of hydraulic fracture fractal propagation on fracturing result[J]. Petroleum Drilling Techniques, 2013,41(4):101-104.
- [3] 陈作,何青,王宝峰,等.大牛地气田长水平段水平井分段压裂优化设计技术[J].石油钻探技术,2013,41(6):82-85.  
Chen Zuo, He Qing, Wang Baofeng, et al. Design optimization of staged fracturing for long lateral horizontal wells in Daniudi Gas Field[J]. Petroleum Drilling Techniques, 2013,41(6):82-85.
- [4] 蒋廷学,单文文,杨艳丽.垂直裂缝井稳态产能的计算[J].石油勘探与开发,2001,28(2):61-63.  
Jiang Tingxue, Shan Wenwen, Yang Yanli. The calculatoin of stable production capability of vertically fractured well[J]. Petroleum Exploration and Development, 2001,28(2):61-63.
- [5] 汪永利,蒋廷学,曾斌.气井压裂后稳态产能的计算[J].石油学报,2003,24(4):65-68.  
Wang Yongli, Jiang Tingxue, Zeng Bin. Productivity performances of hydraulically fractured gas well[J]. Acta Petrolei Siniaca, 2003,24(4):65-68.
- [6] 杨正明,张松,张训华,等.气井压后稳态产能公式和压裂数值模拟研究[J].天然气工业,2003,23(4):74-76.  
Yang Zhengming, Zhang Song, Zhang Xunhua, et al. The steady-state productivity formula after fracturing for gas wells and fracturing numerical simulation [J]. Natural Gas Industry, 2003,23(4):74-76.
- [7] 郭建春,罗天雨,赵金洲,等.气井压裂后稳态产能模型[J].天然气工业,2005,25(12):95-96,102.  
Guo Jianchun, Luo Tianyu, Zhao Jinzhou, et al. Steady-state model of gas wells after fracturing[J]. Natural Gas Industry, 2005,25(12):95-96,102.
- [8] 郭晶晶,张烈辉,梁斌.考虑启动压力梯度的低渗透气藏压裂井产能分析[J].天然气工业,2010,30(7):45-47,131.  
Guo Jingjing, Zhang Liehui, Liang Bin. Productivity analysis of a fractured well in low-permeabilitygas reservoirs considering threshold pressure gradient[J]. Natural Gas Industry, 2010,30 (7):45-47,131.
- [9] 李冬瑶,程时清,郑春峰.考虑滑脱效应的低渗透气藏压裂井产能分析[J].特种油气藏,2009,16(2):59-61.  
Li Dongyao, Cheng Shiqing, Zheng Chunfeng. Productivity analysis for fractured well in low-permeability gas reservoirs considering slippage effect[J]. Special Oil & Gas Reservoirs, 2009,16(2):59-61.
- [10] 何应付,徐联玉,吕万一,等.低渗透气藏压裂井产能分析[J].特种油气藏,2006,13(5):59-61.  
He Yingfu, Xu Lianyu, Lv Wanyi, et al. Productivity analysis of fractured well in low permeability gas reservoir[J]. Special Oil & Gas Reservoirs, 2006,13(5):59-61.
- [11] 刘荣和,郭春华,冯文光,等.低渗透气藏压裂井三项式方程推导及应用[J].天然气工业,2006,26(9):109-111.  
Liu Ronghe, Guo Chunhua, Feng Wenguang, et al. Research on the derivation and application of trinomial equation of the fractured wells in low-permeability gas reservoirs[J]. Natural Gas Industry, 2006,26(9):109-111.
- [12] 熊健,邱桃,郭平,等.非线性渗流下低渗气藏压裂井产能评价[J].石油钻探技术,2012,40(3):92-96.  
Xiong Jian, Qiu Tao, Guo Ping, et al. Production evaluation of fractured wells in low permeability reservoirs with nonlinear flow[J]. Petroleum Drilling Techniques, 2012,40(3):92-96.
- [13] Tiab D, Lu Jing, Nguyen H, et al. Evaluation of fracture asymmetry of finite-conductivity fractured wells[J]. Journal of Energy Resources Technology, 2010,132(1):1-7.
- [14] 曹宝军,李相方,姜子杰,等.压裂火山岩气井不对称裂缝产能模型研究[J].天然气工业,2009,29(8):79-81.  
Cao Baojun, Li Xiangfang, Jiang Zijie, et al. A research on the asymmetric fracture productivity models for fracturing volcanic gas wells[J]. Natural Gas Industry, 2009,29(8):79-81.
- [15] 郎兆新.油气地下渗流力学[M].东营:石油大学出版社,2001:34-36.  
Lang Zhaoxin. Mechanics of the oil and gas flow in porous media [M]. Dongying: Petroleum University Press, 2001:34-36.
- [16] 葛家理.油气层渗流力学[M].北京:石油工业出版社,1982:123-130.  
Ge Jiali. Seepage mechanics in the oil and gas reservoir[M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 1982:123-130.
- [17] 王鸿勋,张士诚.水力压裂设计数值计算方法[M].北京:石油工业出版社,1998:64.  
Wang Hongxun, Zhang Shicheng. The numerical calculation for the hydraulic fracturing design[M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 1998:64.