

水力裂缝分形扩展对压裂效果的影响

张 杨¹, 袁学芳¹, 闫 铁², 刘 举¹, 李 岩¹

(1. 中国石油塔里木油田公司油气工程研究院, 新疆库尔勒 841000; 2. 东北石油大学石油工程学院, 黑龙江大庆 163318)

摘要: 为深入认识裂缝分形扩展对压裂效果的影响, 研究了裂缝扩展分形性对裂缝延伸净压力及裂缝尺寸的影响规律。分析裂缝分形几何形态及其尖端应力场特征, 并应用分形断裂力学理论对线性扩展净压力模型进行修正, 得到了分形扩展净压力模型; 在此基础上, 结合力平衡模型及 Sneddon 最大裂缝宽度模型, 建立了裂缝分形扩展与线性扩展的裂缝高度比模型和裂缝最大宽度比模型。数值分析结果表明: 裂缝的分形扩展增加了裂缝高度、最大缝宽以及延伸所需的净压力; 当 50 m 缝长处的裂缝扩展形态的分形维数由 1.20 增大至 1.80, 净压力比由 1.50 增大至 6.30。在给定地层力学参数条件下, 当分形维数由 1.30 增大至 1.60 时, 20 m 缝长处的裂缝高度比由 1.04 增大至 1.11, 裂缝最大宽度比由 1.70 增大至 2.70。研究表明, 分形扩展对裂缝几何尺度的影响明显, 裂缝分形扩展程度越剧烈, 裂缝高度和裂缝最大宽度的增量越大。

关键词: 分形扩展 净压力 裂缝高度比 裂缝最大宽度比

中图分类号: TE357.1⁺1 文献标识码: A 文章编号: 1001-0890(2013)04-0101-04

Influence of Hydraulic Fracture Fractal Propagation on Fracturing Result

Zhang Yang¹, Yuan Xuefang¹, Yan Tie², Liu Ju¹, Li Yan¹

(1. Oil and Gas Engineering Research Institute, Tarim Oilfield Company, PetroChina, Korla, Xinjiang, 841000, China; 2. School of Petroleum Engineering, Northeast Petroleum University, Daqing, Heilongjiang, 163318, China)

Abstract: The influence of fracture fractal feature on net propagation pressure and fracture size was studied for better understanding of fracture fractal propagation effect. Based on fractal fracture mechanics, the fractal propagation net pressure model was established through modification of linear propagation net pressure model, and analysis of hydraulic fracture fractal geometry and fractal crack tip stress field features. Then coupled with force equilibrium model and Sneddon maximum crack width model, fracture height ratio model and fracture maximal width ratio model of fractal propagation and linear expansion were built. Analysis results show that net pressure ratio increased from 1.5 times to 6.3 times when the fractal dimension increased from 1.20 to 1.80 under constant fracture length of 50 meters. In addition, fracture height ratio increased from 1.04 times to 1.11 times and fracture maximal width ratio increased from 1.70 times to 2.70 times at given formation mechanical parameters when fractal dimension increased from 1.30 to 1.60 under fracture length of 20 meters. So, fractal propagation influences geometric dimensions of hydraulic fracture significantly and the higher the hydraulic fracture fractal level, the bigger the fracture height increment and maximal width increment.

Key words: fractal propagation; net pressure; fracture height ratio; fracture maximal width ratio

水力裂缝的线性扩展是经典裂缝扩展模型^[1-4]的基本假设。然而, 地层岩石在地质演变和构造运动的作用下, 发育有随机无序的微孔隙、微裂纹及晶格缺失单元^[5-6], 导致水力裂缝扩展路径呈现欧氏几何理论难以描述的非线性特征。Mandelbrot 创立的分形几何理论^[7], 为定量描述水力裂缝扩展路径的非线性特征提供了全新的理论方法。谢和平^[8-10]研究发现, 岩石断裂行为具有分形特征, 并应用分形维数定量描述了裂缝扩展路径的分形性, 为定量分

析裂缝分形扩展对裂缝几何尺寸的影响奠定了基础。与线性扩展相比, 裂缝的分形扩展改变了应力场的分布特征^[11-12]及宏观线性长度上的岩石断裂

收稿日期: 2013-01-16; 改回日期: 2013-06-07。

作者简介: 张杨(1985—), 男, 黑龙江哈尔滨人, 2009 年毕业于大庆石油学院信息与计算科学专业, 2012 年获东北石油大学油气井工程专业硕士学位, 助理工程师, 主要从事石油工程岩石力学、储层改造新技术方面研究工作。

联系方式: (0996)2134596, zhangyang053@163.com。

面积^[8],使裂缝扩展所需的净压力发生变化,直接影响着水力压裂参数的设计及压裂施工效果。

笔者考虑水力裂缝扩展的分形特征及其对缝尖应力场特征的影响,应用分形岩石断裂力学建立了分形扩展下的裂缝延伸净压力模型,并结合力平衡物理模型和最大裂缝宽度模型^[13]分析了裂缝分形扩展对裂缝尺度特征的影响,为研究裂缝分形扩展对裂缝几何尺寸的影响规律提供了新方法。

1 岩石裂缝扩展的分形性

线弹性断裂力学是分析岩石断裂失稳的基础理论,其基本假设是断裂裂缝的扩展路径是线性的。然而,大量的工程实践及实验结果表明,岩石这种硬脆性材料的断裂表面并不是平直扩展的,无论是从微观晶体或是宏观断裂尺度上观察,岩石断裂都呈现出了明显的弯折性、粗糙性。

岩石裂缝扩展路径的不规则性具有明显的分形特征(见图 1),Mandelbrot^[7]给出了分形扩展曲线长度的计算式:

$$L(\delta) = L_0 \left(\frac{L_0}{\delta} \right)^{D-1} = L_0 \left(\frac{1}{r} \right)^{D-1} \quad (1)$$

其中 $r = \frac{\delta}{L_0}$ (2)

式中: L_0 为裂缝扩展路径的单位微元线性长度, m; δ 为裂缝曲线具有分形性的区域下限, m; $L(\delta)$ 为以 δ 为最小测量单元的裂缝分形长度, m; D 为不规则扩展路径的分形维数; r 为分形相似比。

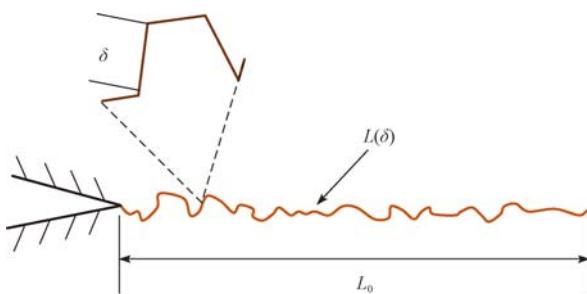


图 1 分形裂缝的扩展模型

Fig. 1 Fractal crack propagation model

2 裂缝分形扩展对断裂韧性的影响

Irwin^[14]建立的断裂韧性判据中用断裂韧性表征材料阻碍裂缝扩展的特性,假设水力裂缝为张开型断裂裂缝,其断裂韧性表达式为:

$$K_{IC} = \sqrt{\frac{EG_{crit}}{1-\nu^2}} = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{1-\nu^2}} \quad (3)$$

式中: K_{IC} 为岩石的断裂韧性, $\text{MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$; E 为弹性模量, MPa ; ν 为泊松比; G_{crit} 为岩石断裂释放能, kJ/m^2 ; γ_s 为线性扩展下的单位宏观断裂面表面能, kJ/m^2 。

若考虑裂缝分形扩展特征,那么显然有:

$$A = \frac{L(\delta)}{L_0} A_0 = \left(\frac{L_0}{\delta} \right)^{D-1} A_0 \quad (4)$$

式中: A 为单位厚度岩石的分形断裂表面积, m^2 ; A_0 为单位厚度岩石的线性断裂表面积, m^2 。

那么,水力裂缝分形扩展下的岩石断裂韧性为:

$$K_{IC-D} = \sqrt{\frac{EAG_{crit}}{A_0(1-\nu)^2}} = \sqrt{\frac{2EA\gamma_s}{A_0(1-\nu)^2}} \\ = \left(\frac{1}{r} \right)^{\frac{D-1}{2}} K_{IC} \quad (5)$$

式中: K_{IC-D} 为实测的岩石分形断裂韧性, $\text{MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$ 。

应用式(5)分析裂缝分形性对断裂韧性的影响(见图 2)。从图 2 可以看出,分形维数越大,断裂韧性比越大。这是因为裂缝扩展路径的不规则程度越强烈,产生的岩石断裂面积越大,就需要耗散更多的表面能,说明分形扩展效应提高了岩石阻碍裂缝扩展的能力。分形相似比越小,断裂韧性比越大。分形相似比越小,说明采用的测量尺寸越小,对裂缝扩展的分形程度测量精度越高,分形裂缝的测量长度越大,因而分形扩展与线性扩展的断裂韧性比越大。

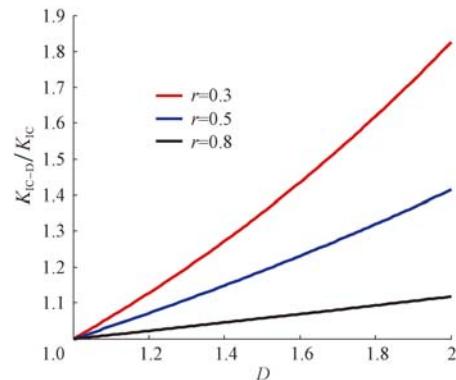


图 2 断裂韧性比及分形维数的变化曲线

Fig. 2 Relationship between fracture toughness and fractal dimension

3 裂缝分形扩展对净压力的影响

假设线性扩展裂缝缝内流体压力均匀,裂缝失稳形式为张性断裂的线性扩展。依据 Irwin^[15]的应用强度因子简化式,有:

$$p_{net} = p_{wf} - \sigma_h = \frac{K_{IC-D}}{\sqrt{\pi L_f}} \quad (6)$$

式中: p_{net} 为线性扩展下的缝内净压力, MPa ; σ_h 为

最小水平主应力, MPa; p_{wf} 为缝内流体压力, MPa; L_f 为线性扩展下的裂缝长度, m。

在 $\delta \ll L_f \ll S$ (S 为储层的尺寸量级) 内考虑水力裂缝扩展的分形性, 裂缝尖端应力场与位移场的渐进表达式的一般形式为^[11]:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{ij} \propto K_1 L_f^{1-m} g_i(\theta) \\ \boldsymbol{\sigma}_{ij} \propto K_1 L_f^{-m} f_{ij}(\theta) \end{cases} \quad (i, j = 1, 2) \quad (7)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}_{ij}$ 为应力张量; \mathbf{u}_{ij} 为位移张量; K_1 为应力强度因子, MPa $\cdot \sqrt{m}$ 。

岩石断裂释放能可由以缝尖为中心的环形积分表示^[6,11]:

$$G_{\text{crit}} = \oint_{\Gamma} (W \mathbf{n}_1 - \boldsymbol{\sigma}_{ij} \mathbf{n}_j \mathbf{u}_{i,1}) d\Gamma \quad (i, j = 1, 2) \quad (8)$$

式中: W 为单位体积的外力功; \mathbf{n}_j 为外法线矢量。

将式(7)带入式(8), 对比式(1)及式(3), 可得:

$$G_{\text{crit}} \propto L_f^{1-2m} \propto L_f^{D-1} \quad (9)$$

即 $m = \frac{2-D}{2}$ (10)

若裂缝分形扩展的宏观方向不变, 且为张性断裂, 则依据式(7)及式(9), 分形扩展所需净压力为:

$$p_{\text{net-D}} = p_{wf} - \sigma_h = \frac{K_{IC-D}}{\sqrt{\pi L_f^{2-D}}} \quad (11)$$

式中: $p_{\text{net-D}}$ 为分形扩展下的缝内净压力, MPa。

若 $D=1$, 式(11)还原为式(6), 式(11)更具普通性。依据式(6)和式(11), 有

$$p_{\text{net-D}} / p_{\text{net}} = L_f^{\frac{D-1}{2}} \quad (12)$$

依据式(12)绘制得到如图 3 所示的净压力比值趋势曲线。由图 3 可见: 裂缝扩展的分形性越强, 裂缝分形扩展所需的净压力越大, 要求的压裂施工压力越高; 在储层岩石特性确定前提下, 裂缝扩展路径的分形维数是常量, 净压力比随着裂缝扩展路径的增长而增大。谢和平^[9-10]测得岩石沿晶断裂、沿晶

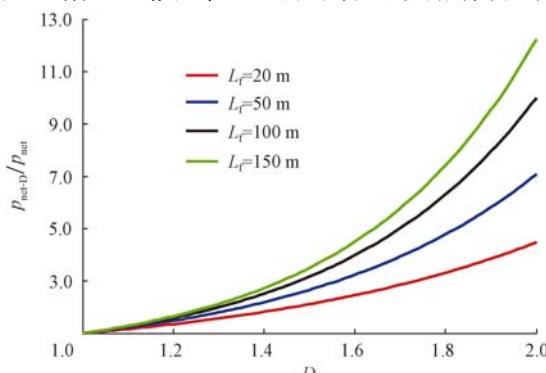


图 3 净压力比随分形维数的变化曲线

Fig. 3 Relationship between net pressure ratio and fractal dimension

与穿晶耦合断裂的断裂表面分形维数为 1.260 ~ 1.365, 由图 3 可以看出, 即使在这个分形维数范围内, 分形扩展对净压力的影响还是很明显的。裂缝的分形扩展减弱了缝尖端应力场奇异性强度, 这是对延伸净压力产生影响的根本原因。

4 分形扩展对裂缝尺度特征的影响

与线性扩展比较, 裂缝的分形扩展一方面增加了岩石断裂韧性; 另一方面减弱了裂缝尖端的应力场奇异性, 提高了水力裂缝扩展净压力的最低阈值。净压力是影响裂缝高度、宽度的重要因素, 压裂液排量、弹性模量、黏度等参数是调节缝内净压力的可控因素, 为避免可控因素的影响。在施工压力恰好保证裂缝延伸所需净压力的最低阈值的工况下, 讨论分形扩展对裂缝尺度特征的影响规律, 并做如下简化: 储层的上下隔层地应力水平相同; 且 $\sigma_{\text{Gh}} > p_{wf} > \sigma_{\text{Ch}}$, 根据力平衡模型(见图 4), 有:

$$h_f p_{wf} = h_0 \sigma_{\text{Ch}} + (h_f - h_0) \sigma_{\text{Gh}} \quad (13)$$

式中: σ_{Gh} 为上下隔层的最小水平主应力, MPa; σ_{Ch} 为储层的最小水平主应力, MPa; h_0 为储层内的裂缝高度, m; h_f 为线性扩展下穿入隔层后的裂缝总高度, m。

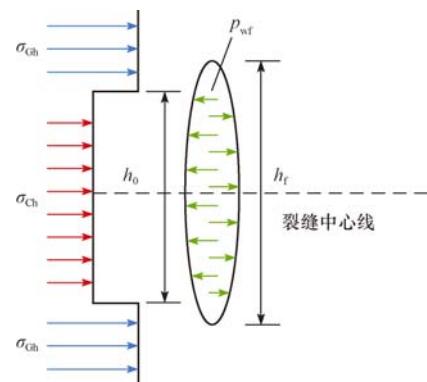


图 4 裂缝的力平衡模型

Fig. 4 Force equilibrium model

对式(13)进一步整理, 得

$$h_f = \Delta \sigma h_0 / (\Delta \sigma - p_{\text{net}}) \quad (14)$$

其中

$$\Delta \sigma = \sigma_{\text{Gh}} - \sigma_{\text{Ch}} \quad (15)$$

分形扩展与线性扩展下的水力裂缝高度比为

$$h_{\text{f-D}} / h_f = (\Delta \sigma - p_{\text{net}}) / (\Delta \sigma - p_{\text{net-D}}) \quad (16)$$

式中: $h_{\text{f-D}}$ 为分形扩展下穿入隔层后的裂缝总高度, m。

Sneddon 等人^[13]证明水力裂缝的最大宽度 w_{max} 与净压力的关系为:

$$w_{\text{max}} = \frac{2 h_f p_{\text{net}} (1 - v^2)}{E} \quad (17)$$

式中, w_{\max} 为线性扩展下的裂缝最大宽度, m。

分形扩展与线性扩展的裂缝最大宽度比为:

$$\frac{w_{\max-D}}{w_{\max}} = \frac{(\Delta\sigma - p_{\text{net}}) L_f^{(D-1)/2}}{\Delta\sigma - p_{\text{net-D}}} \quad (18)$$

式中, $w_{\max-D}$ 为分形扩展下的裂缝最大宽度, m。

储层特征参数 $\sigma_{\text{Gh}} = 30 \text{ MPa}$, $\sigma_{\text{Ch}} = 25 \text{ MPa}$, $K_{\text{IC-D}} = 1.5 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}$; 绘制得到裂缝高度比及裂缝的最大宽度比随扩展路径分形维数的变化曲线(见图 5, 图 6)。

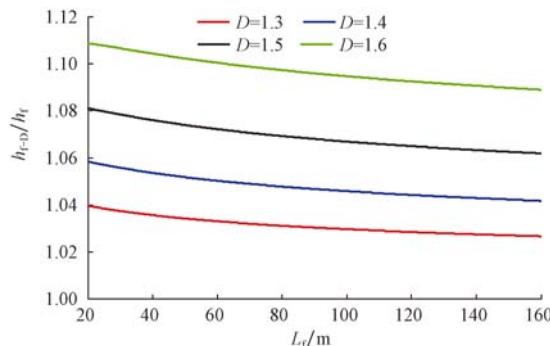


图 5 裂缝高度比的变化趋势

Fig. 5 Changing trend of fracture height ratio

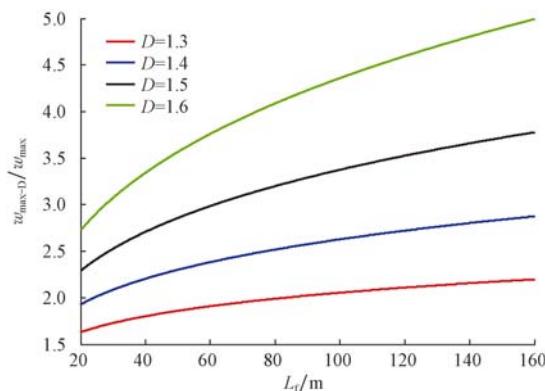


图 6 裂缝最大宽度比的变化趋势

Fig. 6 Changing trend of fracture maximal width

图 5 表明, 与线性扩展相比, 裂缝的分形扩展增加了裂缝在隔层中的延伸高度, 裂缝高度比随着分形扩展路径的分形程度增强而增大。图 6 表明, 裂缝最大宽度比随着分形扩展路径的分形程度增强而增大; 在分形维数不变的前提下, 裂缝最大宽度比随裂缝延伸长度的增长而增大, 且增大的倍数非常可观。

5 结 论

1) 岩石物理结构的缺陷及非匀质性是诱导分形断裂的本质原因, 裂缝的分形扩展降低了裂缝尖

端应力场奇异性强度, 提高了岩石的断裂韧性, 进而提高了裂缝扩展所需净压力。

2) 裂缝的分形扩展提高了最大裂缝宽度及裂缝高度。裂缝扩展路径的分形维数越大, 裂缝穿透隔层的高度越高, 裂缝宽度越大。

3) 建议进一步研究分形扩展对加砂压裂填砂过程的影响, 以及裂缝壁面粗糙分形性对裂缝导流能力的贡献。

参 考 文 献

References

- [1] 黄荣樽. 水力压裂裂缝的起裂与扩展[J]. 石油勘探与开发, 1981, 8(5): 62-74.
Huang Rongzun. Initiation and propagation of hydraulic fracture[J]. Petroleum Exploration and Development, 1981, 8(5): 62-74.
- [2] Hubbert M K, Willis D G. Mechanics of hydraulic fracturing [J]. AIME, 1957, 210(2): 153-166.
- [3] Haimson B, Fairhurst C. Initiation and extension of hydraulic fractures in rocks[J]. SPE Journal, 1967, 7(3): 310-318.
- [4] Biot M A, Masse L, Medlin W L. A two-dimensional theory of fracture propagation[J]. SPE Production Engineering, 1986, 1(1): 17-30.
- [5] 王城辉, 廖淑华. 分形与石油[M]. 北京: 石油工业出版社, 1994: 140-147, 233-236.
Wang Chenghui, Liao Shuhua. Fractal and oil[M]. Beijing: Petroleum Industry Press, 1994: 140-147, 233-236.
- [6] 谢和平. 分形-岩石力学导论[M]. 北京: 科学出版社, 1997: 187-197.
Xie Heping. Introduction to fractal-rock mechanics[M]. Beijing: Science Press, 1997: 187-197.
- [7] Mandelbrot B B. The fractal geometry of nature[M]. New York: W H Freeman and Company, 1982.
- [8] Xie H, Sanderson D J. Fractal effect of rapidly propagating cracks: proceedings of the 2nd on Corof Nonlinear Mech, Beijing, 1993[C].
- [9] 谢和平, 高峰, 周宏伟, 等. 岩石断裂和破碎的分形研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2003, 23(4): 1-9.
Xie Heping, Gao Feng, Zhou Hongwei, et al. Fractal fracture and fragmentation in rocks[J]. Journal of Seismology, 2003, 23(4): 1-9.
- [10] 谢和平. 脆性材料裂纹扩展的分形运动学[J]. 力学学报, 1994, 26(6): 757-762.
Xie Heping. Fractal kinematics of crack propagation in brittle materials[J]. Acta Mechanica Sinica, 1994, 26(6): 757-762.
- [11] Goldshtain R V, Mosolov A B. Fractal cracks[J]. Journal Applied Mathematic and Mechanics, 1992, 56(4): 563-571.
- [12] Arash Yavari. Generalization of barenblatt's cohesive fracture theory for fractal cracks[J]. World Scientific, 2002, 10(2): 189-198.
- [13] Sneddon I N, Elliot H A. The opening of a Griffith Crack under internal pressure[J]. Quarterly of Appl. Math., 1946, 3(4): 262-267.
- [14] Irwin G R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate[J]. Appl. Mech., 1957, 48(12): 361-364.
- [15] Irwin G R. Fracture dynamics: proceedings of the ASM Symposium on Fracturing of Metals, Cleveland, 1948[C].

[编辑 滕春鸣]