

低渗透双孔介质产量递减曲线动态分析

罗二辉¹ 王晓冬¹ 王 帅² 邓东东³ 胡 涛³

(1. 中国地质大学(北京) 能源学院, 北京 100083; 2. 中国石油新疆油田分公司 采油二厂, 新疆 克拉玛依 834008; 3. 中国石油渤海钻探工程有限公司 工程技术研究院, 天津 300280)

摘 要: 针对低渗透双孔介质储层, 依据 Warren-Root 模型建立了考虑启动压力梯度和动边界影响的低速非达西双孔介质非稳态渗流模型, 并通过 Duhamel 原理导出了单井产量递减公式及累计产量计算公式。采取一种因变量变换重新定义了无因次压力导数, 从而使压力扩散方程线性化, 利用 Laplace 变换结合 Stehfest 数值反演算法计算了不同启动压力梯度、弹性储能比及窜流系数等主要参数对产量递减曲线的影响, 并绘制了图版。利用绘制的非稳态产量递减曲线图版可以预测单井在未来某一时间的产量及最终采收率。

关键词: 低渗透油气藏; 多重介质; 启动压力; 非达西流; 数学模型; 拉普拉斯变换

中图分类号: TE348 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-0890(2011)02-0091-05

Performance Analysis of Production Decline Curves in Low Permeability Dual-Porosity Media

Luo Erhui¹ Wang Xiaodong¹ Wang Shuai² Deng Dongdong³ Hu Tao³

(1. School of Energy Resources, China University of Geosciences, Beijing, 100083, China; 2. No. 2 Oil Production Plant, Xinjiang Oilfield Company, CNPC, Karamay, Xinjiang, 834008, China; 3. Engineering Technology Research Institute, Bohai Drilling & Exploration Engineering Company Ltd., CNPC, Tianjin, 300280, China)

Abstract: A non-Darcy transient flow mathematic model based on Warren-Root model in dual-porosity low permeability media is established with the consideration of threshold pressure gradient and dynamic boundary effects. Production decline formulas are derived according to Duhamel theorem. Pressure diffusion equation is linearized by dimensionless pressure derivative using dependent variable transformation. The impacts of threshold pressure gradient, storage ratio, and inter porosity flow coefficient on production are discussed using Laplace transformation and Stehfest inversion method. The production rate and final recovery for single well can be obtained using the non-Darcy transient model provided the paper.

Key words: low permeability reservoir; multiple media; starting pressure; nonDarcy flow; mathematical model; Laplace transform

1 概 述

进入 20 世纪 90 年代以来, 我国低渗透油田的储量增长很快, 将是今后相当长一个时期内增储上产的主要资源基础^[1]。经过多年的矿场开发实践, 低渗透油田开发主要存在单井产量小、产量递减快及采收率低等问题。究其原因, 许多学者认为低渗

透储层存在低速非达西渗流现象^[2-6], 而且低渗透储层裂缝相对比较发育, 这类油藏的开发特征与

收稿日期: 2010-06-08; **改回日期:** 2011-01-14

基金项目: 国家科技重大专项“低渗透油藏工程新理论与新方法”(编号: 2009ZX05009-004-03) 部分研究成果

作者简介: 罗二辉(1985—), 男, 湖南新化人, 2008 年毕业于中国石油大学(北京) 石油工程专业, 在读硕士研究生。

联系方式: (010)62306095, luorhui2006@163.com

单纯介质油藏有所不同^[1]。针对双重孔隙低渗介质,不少研究者都以 Warren-Root 双重孔隙介质模型为基础进行了探索^[7-11]。然而,这些研究者往往忽略了由于启动压力梯度存在而产生的动边界的影响,这虽极大地简化了复杂非线性模型的求解难度,但不能准确反映低渗双孔介质中的压力动态;另外有些研究者采用数值逼近与数值解相结合的方法考虑动边界的影响,来反映流体动边界不断向外扩展的压力波传播特点^[12-13]。笔者通过改进无因次压力定义,对非稳态低速非达西渗流微分方程实现一种因变量变换,由此消除控制方程组的非齐次性,并结合 Duhamel 原理解析求得 Laplace 空间解,再通过 Stehfest 数值反演得到实空间解,最后绘制出非稳态产量递减曲线图版,这些图版可用在低渗透油田开发方案设计和产能预测等方面。

2 数学模型及其 Laplace 空间解

首先定义如下无因次量:

$$p_{\text{D}} = \frac{K_{\text{f}} h [p_{\text{i}} - p_{\text{f}} + (r - r_{\text{w}}) G]}{1.842 \times 10^{-3} q_{\text{u}} B} \quad (1)$$

$$p_{\text{mD}} = \frac{K_{\text{m}} h (p_{\text{i}} - p_{\text{m}})}{1.842 \times 10^{-3} q_{\text{u}} B} \quad (2)$$

$$t_{\text{D}} = \frac{3.6 K_{\text{f}} t}{\mu (\phi_{\text{f}} C_{\text{f}} + \phi_{\text{m}} C_{\text{m}}) r_{\text{w}}^2} \quad (3)$$

$$r_{\text{D}} = \frac{r}{r_{\text{w}}} \quad (4)$$

$$r_{\text{fD}} = \frac{r_{\text{f}}(t)}{r_{\text{w}}} \quad (5)$$

$$G_{\text{D}} = \frac{K h r_{\text{w}} G}{1.842 \times 10^{-3} q_{\text{u}} B} \quad (6)$$

$$Q_{\text{D}} = \frac{1.842 \times 10^{-3} q_{\text{u}} B}{K_{\text{f}} h (p_{\text{i}} - p_{\text{f}})} \quad (7)$$

$$Q_{\text{pD}} = \frac{q_{\text{p}} B}{h \phi C_{\text{f}} r_{\text{w}}^2 (p_{\text{i}} - p_{\text{f}})} \quad (8)$$

式中: K_{f} 为裂缝渗透率, $10^{-3} \mu\text{m}^2$; K_{m} 为基岩渗透率, $10^{-3} \mu\text{m}^2$; h 为储层厚度, m; q 为油井产量, m^3/d ; q_{p} 为累计产量, m^3 ; μ 为原油黏度, $\text{mPa} \cdot \text{s}$; B 为原油体积系数, m^3/m^3 ; p_{i} 为原始地层压力, MPa; p_{f} 为裂缝系统压力, MPa; p_{m} 为基岩系统压力, MPa; t 为时间, h; ϕ_{f} 和 ϕ_{m} 分别为裂缝和基质的孔隙度; C_{f} 和 C_{m} 分别为裂缝和基质的压缩系数, $1/\text{MPa}$; r_{w} 为井筒半径, m; r_{f} 为压力扰动外边界, m; G 为启动压力梯度, MPa/m ; p_{fD} 为无因次裂缝系统压力; p_{mD} 为

无因次基质系统压力; t_{D} 为无因次时间; r_{D} 为无因次径向距离; r_{fD} 为无因次动边界; G_{D} 为无因次启动压力梯度; Q_{D} 为无因次产量; Q_{pD} 为无因次累计产量; ϕ 为油层孔隙度; C_{f} 为油层综合压缩系数, $1/\text{MPa}$ 。

双重介质油藏的两个特征参数为:

$$\omega = \frac{\phi_{\text{f}} C_{\text{f}}}{\phi_{\text{f}} C_{\text{f}} + \phi_{\text{m}} C_{\text{m}}} \quad (9)$$

$$\lambda = \alpha \frac{K_{\text{m}} r_{\text{w}}^2}{K_{\text{f}}} \quad (10)$$

式中: ω 为弹性储容比; α 为形状因子; λ 为窜流系数。

假定在平面无限大双重介质低渗地层中, 储层厚度均匀, 介质微可压缩且具有各向同性, 渗透率、流体黏度和体积系数等不随压力变化, 忽略重力和毛管力的影响, 有一口生产井以定产量开采该双重介质低渗储层, 储层中的流动为低速非达西渗流, 适用于 Warren-Root 模型。在上述无因次量定义下, 该井双重孔隙介质渗流控制方程为:

$$\frac{1}{r_{\text{D}}} \frac{\partial}{\partial r_{\text{D}}} \left[r_{\text{D}} \left(\frac{\partial p_{\text{D}}}{\partial r_{\text{D}}} \right) \right] + \lambda (p_{\text{mD}} - p_{\text{fD}}) = \omega \frac{\partial p_{\text{fD}}}{\partial t_{\text{D}}} \quad 1 \leq r_{\text{D}} \leq r_{\text{fD}}(t_{\text{D}}) \quad 0 \leq t_{\text{D}} < \infty \quad (11)$$

$$\lambda (p_{\text{fD}} - p_{\text{mD}}) = (1 - \omega) \frac{\partial p_{\text{mD}}}{\partial t_{\text{D}}} \quad 0 \leq t_{\text{D}} < \infty \quad (12)$$

初始条件:

$$\begin{cases} p_{\text{fD}}(r_{\text{D}}, 0) = p_{\text{mD}}(r_{\text{D}}, 0) = 0 \\ r_{\text{D}} = r_{\text{fD}}(0) = 1 \quad t_{\text{D}} = 0 \end{cases} \quad (13)$$

内边界定产条件:

$$r_{\text{D}} \frac{\partial p_{\text{fD}}}{\partial r_{\text{D}}} \bigg|_{r_{\text{D}}=1} = -1 \quad (14)$$

外边界移动界面条件:

$$\frac{\partial p_{\text{fD}}}{\partial r_{\text{D}}} \bigg|_{r_{\text{D}}=r_{\text{fD}}(t_{\text{D}})} = 0 \quad (15)$$

$$p_{\text{fD}}(r_{\text{fD}}, t_{\text{D}}) = G_{\text{D}} [r_{\text{fD}}(t_{\text{D}}) - 1] \quad (16)$$

式(11)~(16)进行 Laplace 变换, 则双重孔隙介质渗流控制方程和定解条件变为:

$$\frac{1}{r_{\text{D}}} \frac{\partial}{\partial r_{\text{D}}} \left[r_{\text{D}} \left(\frac{\partial \bar{p}_{\text{D}}}{\partial r_{\text{D}}} \right) \right] + \lambda (\bar{p}_{\text{mD}} - \bar{p}_{\text{fD}}) = s \omega \bar{p}_{\text{fD}} \quad 1 \leq r_{\text{D}} \leq s \bar{r}_{\text{fD}}(s) \quad 0 \leq t_{\text{D}} < \infty \quad (17)$$

$$\lambda (\bar{p}_{\text{fD}} - \bar{p}_{\text{mD}}) = (1 - \omega) \bar{p}_{\text{mD}} \quad (18)$$

$$r_{\text{D}} \frac{\partial \bar{p}_{\text{fD}}}{\partial r_{\text{D}}} \bigg|_{r_{\text{D}}=1} = -\frac{1}{s} \quad (19)$$

$$\frac{\partial \bar{p}_{\text{fD}}(R_{\text{D}}, s)}{\partial r_{\text{D}}} = 0 \quad (20)$$

$$p_{\text{ID}}(r_{\text{ID}}, s) = \frac{G_{\text{D}}}{s} (R_{\text{D}} - 1) \quad (21)$$

式中, s 为 Laplace 变换量。

相对应的 Laplace 空间无因次量为:

$$\bar{p}_{\text{ID}}(r_{\text{D}}, s) = \int_0^{\infty} e^{-s t_{\text{D}}} p_{\text{ID}}(r_{\text{D}}, t_{\text{D}}) dt_{\text{D}} \quad (22)$$

$$\bar{r}_{\text{ID}}(s) = \int_0^{\infty} e^{-s t_{\text{D}}} r_{\text{ID}}(t_{\text{D}}) dt_{\text{D}} \quad (23)$$

$$R_{\text{D}} = \bar{r}_{\text{ID}}(s) \quad (24)$$

联立式(17)和式(18),求得:

$$s \bar{p}_{\text{ID}}(r_{\text{D}}, s) = \frac{1}{\sqrt{sf(s)}} \frac{K_0(r_{\text{D}} \sqrt{sf(s)}) I_1(R_{\text{D}} \sqrt{sf(s)}) + K_1(R_{\text{D}} \sqrt{sf(s)}) I_0(r_{\text{D}} \sqrt{sf(s)})}{I_1(R_{\text{D}} \sqrt{sf(s)}) K_1(\sqrt{sf(s)}) - K_1(R_{\text{D}} \sqrt{sf(s)}) I_1(\sqrt{sf(s)})} \quad (26)$$

式中: $I_j(x)$ 为 j 阶第一类变型 Bessel 函数 ($j=0, 1$); $K_j(x)$ 为 j 阶第二类变型 Bessel 函数 ($j=0, 1$)。

将式(26)代入式(21),得动边界传播方程为:

$$I_1(R_{\text{D}} \sqrt{sf(s)}) K_1(\sqrt{sf(s)}) - K_1(R_{\text{D}} \sqrt{sf(s)}) I_1(\sqrt{sf(s)}) = \frac{1}{sf(s) G R_{\text{D}} (R_{\text{D}} - 1)} \quad (27)$$

注意:在得到式(27)的过程中应用了 Bessel 函数相应的 Wronskians 关系式。

根据 Duhamen 原理,在 Laplace 空间中有以下关系式^[14]:

$$\tilde{Q}_{\text{D}}(s) = \frac{1}{s^2 \bar{p}_{\text{ID}}(s)} \quad (28)$$

$$\tilde{Q}_{\text{PD}}(s) = \frac{1}{s^3 \bar{p}_{\text{ID}}(s)} \quad (29)$$

式中: $\tilde{Q}_{\text{D}}(s)$ 为 Laplace 空间无因次产量; $\tilde{Q}_{\text{PD}}(s)$ 为 Laplace 空间无因次累计产量。

这样就可以通过井底定产条件下的压力变化解求得井底定压条件下的产量及累计产量公式。

3 典型曲线动态分析

计算过程中首先利用牛顿迭代法在 Laplace 变换域中计算超越方程式(27),再采用 Stehfest 数值反演方法^[15]计算式(26)、(28)和(29),从而可快速获得非稳态产量递减典型曲线(见图 1~3)。在选定某一参数而其他参数给定的情形下,可计算该参数对产量的影响,所绘图版可清楚地显示在其他参数不变、该参数变化时,低渗透双孔油藏中单井产量的递减趋势。图 1 反映了启动压力梯度对产能的影响。从图 1 可以看出:在早期阶段,启动压力梯度对产量影响不大;中后期阶段,即远离井区,需要更多的能量来克服启动压力梯度,从而使产量急剧下降,

$$\frac{d^2 \bar{p}_{\text{ID}}}{dr_{\text{D}}^2} + \frac{1}{r_{\text{D}}} \frac{d \bar{p}_{\text{ID}}}{dr_{\text{D}}} - f(s) s \bar{p}_{\text{ID}} = 0 \quad (25)$$

$$\text{式中, } f(s) = \frac{\omega(1-\omega)s + \lambda}{(1-\omega)s + \lambda}.$$

求解由式(19)~(21)和式(25)组成的方程组,可分为两步,首先由式(19)、(20)、(25)组成封闭储层不定常渗流控制方程组,求其解析解,接着再将解析解代入式(21),就会得到动边界运动方程。对于由式(19)、(20)、(25)组成的双重介质不定常渗流控制方程组,其 Laplace 空间压力分布解为:

启动压力梯度越大后期产量下降越快。

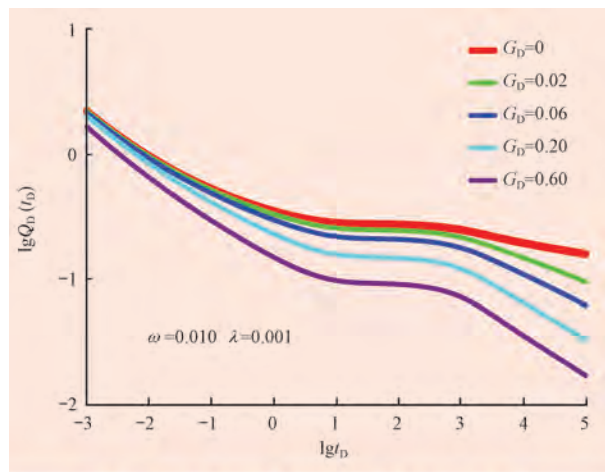


图1 启动压力梯度对产量递减曲线的影响

Fig. 1 Effect of threshold pressure gradient on production decline curve

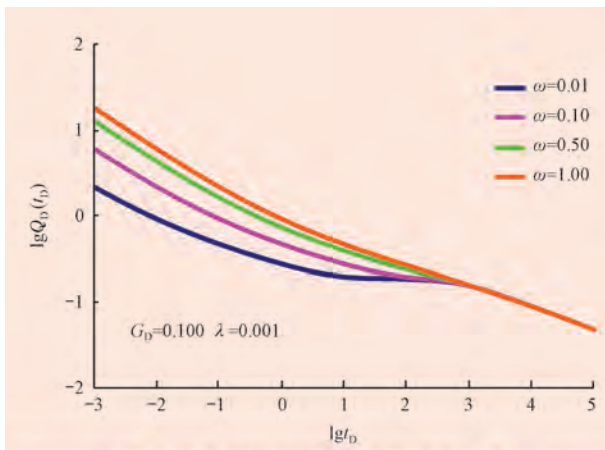


图2 弹性储容比对产量递减曲线的影响

Fig. 2 Effect of storage ratio on production decline curve

图 2、图 3 反映了弹性储容比和窜流系数对产量的影响,这两个参数是双重孔隙介质的特征参数,能够很好地反映基质系统和裂缝系统的相互作用。

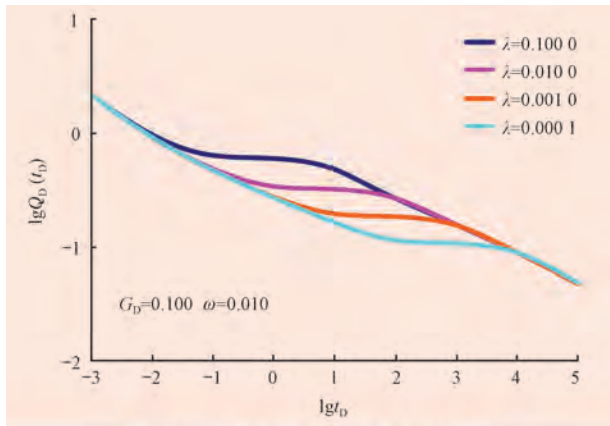


图3 窜流系数对产量递减曲线的影响
Fig.3 Effect of inter porosity flow coefficient on productions decline curve

从图 2、3 可看出： ω 越大，初期产量越高，随着生产时间的推移， ω 的影响逐渐消失； λ 主要影响中期段， λ 越大，中期阶段产量递减越慢，说明基质系统对裂缝的补给越充分。

图 4~6 为累计产量与产量之间的关系曲线。给

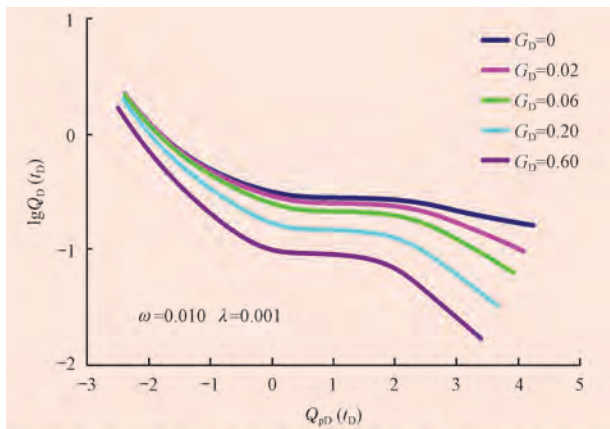


图4 启动压力梯度对累计产量与产量关系曲线的影响
Fig.4 Effect of threshold pressure gradient on cumulative production

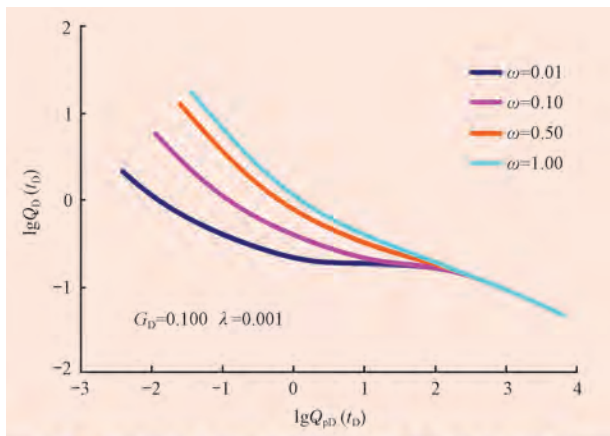


图5 弹性储容比对累计产量与产量关系曲线的影响
Fig.5 Effect of storage ratio on cumulative production

定废弃产量之后，可利用图 4~6 计算最终采收率。

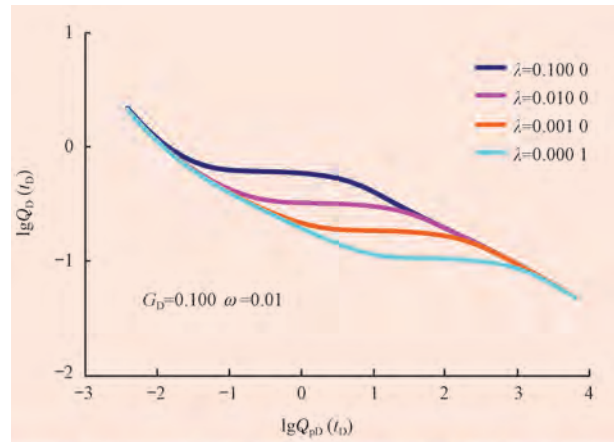


图6 窜流系数对累计产量与产量关系曲线的影响
Fig.6 Effect of inter porosity flow coefficient on cumulative production

4 结 论

1) 低渗透双孔介质需同时考虑启动压力梯度和动边界的影响，笔者对无因次压力进行了重新定义，并采用 Laplace 变换对非齐次非稳态渗流方程进行了无因次化，从而方便求解析解。

2) 启动压力梯度对低渗双孔介质单井产量的影响在后期最为显著。

3) 弹性储容比和窜流系数这两个双孔介质特征参数对产量的影响主要体现在早、中期。

4) 利用文中 Laplace 空间的产量及累计产量解可快速方便地计算出未来某时间的产量和最终采收率。

参 考 文 献

- [1] 李道品. 低渗透砂岩油田开发[M]. 北京:石油工业出版社, 1997:162-166.
Li Daopin. The development of the low permeability sandstone oil field[M]. Beijing:Petroleum Industry Press, 1997:162-166.
- [2] Pascal H. Non-steady flow through porous media in the presence of a threshold gradient[J]. Acta Mechanica, 1981, 39(3/4): 207-224.
- [3] 闫庆来, 何秋轩, 尉立岗, 等. 低渗透油层中单相液体渗流特征的研究[J]. 西安石油学院学报, 1990, 5(2): 1-6.
Yan Qinglai, He Qiuxuan, Wei Ligang, et al. A laboratory study on percolation characteristics of single phase flow in low-permeability reservoirs[J]. Journal of Xi'an Petroleum Institute, 1990, 5(2): 1-6.
- [4] 黄延章. 低渗透油层非线性渗流特征[J]. 特种油气藏, 1997, 4(1): 9-14.
Huang Yanzhang. Nonlinear percolation feature in low permeability reservoir[J]. Special Oil & Gas Reservoirs, 1997, 4(1): 9-14.

- [5] 李凡华,刘慈群.含启动压力梯度的不定常渗流的压力动态分析[J].油气井测试,1997,6(1):1-4,11.
Li Fanhua,Liu Ciqun. Pressure transient analysis for unsteady porous flow with start-up pressure derivative[J]. Well Testing,1997,6(1):1-4,11.
- [6] 程时清,张盛宗,黄延章,等.低速非达西渗流动边界问题的积分分解[J].力学与实践,2002,24(3):15-17.
Cheng Shiqing,Zhang Shengzong,Huang Yanzhang,et al. An integral solution of free boundary problem of non-Darcy flow behavior[J]. Mechanics and Engineering,2002,24(3):15-17.
- [7] 冯文光,葛家理.单一介质、双重介质中非定常非达西低速渗流问题[J].石油勘探与开发,1985,12(1):56-62,67.
Feng Wenguang,Ge Jiali. The problem of the non-Darcy low speed fluids flowing in the single and double porous media [J]. Petroleum Exploration and Development,1985,12(1):56-62.
- [8] 冯文光,葛家理.单一介质、双重介质非达西低速渗流的压力曲线动态特征[J].石油勘探与开发,1986,13(5):52-57.
Feng Wenguang,Ge Jiali. The performance of the pressure curves with the non-Darcy low speed fluids flowing in the single and double porous media[J]. Petroleum Exploration and Development,1986,13(5):52-57.
- [9] 程时清,李功权,卢涛,等.双重介质油气藏低速非达西渗流试井有效井径数学模型及典型曲线[J].天然气工业,1997,17(2):35-37.
Cheng Shiqing,Li Gongquan,Lu Tao,et al. Mathematical model and typical curve for calculating effective hole diameter in the low velocity non-Darcy flow testing of dual-media reservoirs[J]. Natural Gas Industry,1997,17(2):35-37.
- [10] 赵海洋,贾永禄,蔡明金,等.低渗透双重介质垂直裂缝井产能分析[J].西南石油大学学报:自然科学版,2009,31(2):71-73.
Zhao Haiyang,Jia Yonglu,Cai Mingjin,et al. Deliverability analysis of vertical fracture wells in flow permeability dual porosity reservoir[J]. Journal of Southwest Petroleum University:Science & Technology Edition,2009,31(2):71-73.
- [11] 邓玉珍.异常高压特低渗透油藏产量递减规律预测方法[J].油气地质与采收率,2009,16(6):84-87.
Deng Yuzhen. Forecasting method of production decline law of the ultra-low permeability oil reservoirs with abnormal pressure[J]. Petroleum Geology and Recovery Efficiency,2009,16(6):84-87.
- [12] 刘启国,杨旭明,魏红梅,等.动边界影响的低渗双重介质油气藏试井解释模型[J].西南石油学院学报,2004,26(5):30-33.
Liu Qiguo,Yang Xuming,Wei Hongmei,et al. Study of well test model of low permeability's dual-pore media with flowing boundary in oil and gas[J]. Journal of Southwest Petroleum Institute,2004,26(5):30-33.
- [13] 王梅英,同登科.考虑二次梯度项及动边界的双重介质低渗透油藏流动分析[J].力学季刊,2007,28(3):448-454.
Wang Meiyang,Tong Dengke. Flow analysis of fluid in low permeability reservoir with double porosity including effects of quadratic gradient term and moving boundary [J]. Chinese Quarterly of Mechanics,2007,28(3):448-454.
- [14] 王晓冬,刘慈群.水平井产量递减曲线及应用方法[J].石油勘探与开发,1996,23(4):54-57.
Wang Xiaodong,Liu Ciqun. The rate decline curves of horizontal wells and their application[J]. Petroleum Exploration and Development,1996,23(4):54-57.
- [15] Stehfest H. Algorithm 368: numerical inversion of Laplace transforms[D5][J]. Communications of the ACM,1970,13(1):47-49.

欢迎订阅 2011 年《石油钻探技术》

《石油钻探技术》创刊于 1973 年,是由中国石油化工集团公司主管、中国石化集团石油工程技术研究院主办的科技期刊,是全国中文核心期刊和历年中国科技论文统计源刊,被美国《石油文摘》、《中国石油文摘》和《中国地质文摘》等大量摘录。国内连续出版物号:CN11-1763/TE,国际连续出版物号:ISSN1001-0890。

《石油钻探技术》主要报道国内石油工程(包括钻井、钻井液、固井、完井、开采等专业)以及钻采机械设备与自动化方面的科技进展和现场经验,适当介绍国外石油工程技术发展的水平和动向。2011 年,本刊栏目调整为:学术探讨、钻井完井、油气开采、钻采机械、现场交流、科技信息。适合于广大石油工程技术人员、石油类高等院校师生和油田企业经营管理者阅读。

《石油钻探技术》为双月刊,大 16 开版本,逢单月末出版。2011 年每期定价 15 元(含邮寄费),全年 6 期共 90 元。自办发行,邮汇与信汇均可。欢迎有关单位和个人及时订阅,可破季订阅。订阅办法:

1. 登录本刊网站(www.syzt.com.cn)下载期刊订阅单,认真填写订阅单及汇款单,切勿潦草,以免因地址不详而无法邮寄。

2. 银行汇款:工行北京市海淀区支行,帐号 0200049629200702219,户名“中国石油化工股份有限公司石油工程技术研究院”,开户行代码:102100004960,并注明“期刊”字样。

3. 邮局汇款:北京市朝阳区北辰东路 8 号北辰时代大厦 710 室,邮编 100101,收款人:刘文臣。

联系电话:010-84988356,84988317;传真:010-84988316;E-mail: syzt@vip.163.com。