

## 二维绕障井轨道设计中障碍曲线的计算方法

鲁 港<sup>1</sup> 鲁天骐<sup>2</sup> 于 乐<sup>1</sup>

(1. 中国石油辽河油田公司 勘探开发研究院, 辽宁 盘锦 124010; 2. 重庆理工大学 电子信息与自动化学院, 重庆 400054)

**摘 要:**在设计二维绕障井井眼轨道时,确定实钻井的控制范围是关键环节之一。实钻井的控制范围可以描述为以实钻井眼轨迹为轴线的曲圆台等,其与设计平面的相交部分为实钻井在设计平面上的控制区域。使用局部坐标系与整体坐标系之间坐标变换的方法建立了曲圆台面的曲面参数表达式,并据此推导出了障碍曲线的参数方程,以及井身参数的不等式约束条件。理论分析和实际算例表明,在实钻井眼轨迹与设计平面交角较大的情况下,采用曲圆台模型计算得到的障碍曲线所限定的控制区域比采用直圆柱模型计算得到的障碍椭圆所限定的控制区域略大。在实钻井眼轨迹与设计平面有多个交点时,障碍曲线由多个分支曲线组成,能够更合理地限定实钻井在设计平面上的控制区域,可以使绕障井轨道设计更加合理、可靠。

**关键词:**二维; 绕障井; 障碍曲线; 轨道设计; 井眼轨迹; 数学模型

**中图分类号:** TE21 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-0890(2011)01-0061-05

## Obstacle Curve Calculation in 2D Well Trajectory Design

Lu Gang<sup>1</sup> Lu Tianqi<sup>2</sup> Yu Le<sup>1</sup>

(1. Exploration & Development Research Institute of Liaohe Oilfield Company, PetroChina, Pan-jin, Liaoning, 124010, China; 2. The School of Electronic Information and Automation, Chongqing University of Technology, Chongqing, 400054, China)

**Abstract:** In the design of a 2D well trajectory to bypass obstacle, the determination of the drilled well's control region is one of the key points. The control-region can be described as curved frustum of a cone with the trajectory as axes, its intersection with the design plane is the control-area of drilling well bore in the design plane. The parameter equations of the surface of curved frustum of a cone is given by using the coordinate translation method, and the parameter equations of obstacle curve and an inequality constraints of the trajectory parameters can be accordingly deduced. Theoretical analysis and practical calculations show that in the case of large angle of intersection between practical trajectory and design plane, the control area limited by the obstacle curve based on the model of curved frustum of a cone is slightly larger than that of straight cylinder model. When practical trajectory intersects design plane at multiple points, the obstacle curve is composed of several branch curves so that the control area can be limited more reasonably, and the design of bypassing obstacles well can be more reasonable and reliable.

**Key words:** two-dimensional; bypassing obstacles; obstacle curve; track design; well trajectory; mathematical model

在进行二维绕障井轨道设计时,需确定描述实钻井曲圆台与设计平面相交产生的控制区域,要设计的井眼轨道不能与这个控制区域相交。文献[1-2]认为,控制区域是一平面闭区域,其边界为椭圆曲线。文献[1-2]还给出了求椭圆曲线的算法。仔细研究后发现,该算法是一个近似算法:障碍物虽然描述为以实钻井眼轨迹为轴心的曲圆台,但是在

收稿日期:2009-08-23; 改回日期:2010-12-04

基金项目:国家科技重大专项“大型油气田及煤层气开发”之课题 21-6“钻井工程设计和工艺软件”(编号:2008ZX05021-006)资助

作者简介:鲁港(1963—),男,辽宁锦州人,1985年毕业于复旦大学数学系,高级工程师,主要从事石油勘探领域数学模型及算法的理论研究和计算机软件开发工作。

联系方式:(0427)7805870, lugang1963@gmail.com

计算时简化为过实钻井眼轨迹与设计平面交点的、以该点井眼方向为轴线方向的一个直圆柱;其所给出的椭圆曲线实际上是该直圆柱与设计平面上的交线。这样的简化带来两个问题:1)当实钻井与设计平面接近垂直时,曲圆台模型与直圆柱模型所计算出来的控制区域是很接近的。但是,当实钻井与设计平面的夹角比较小时,由于曲圆台的轴线是弯曲的,其与设计平面的相交区域要大于直圆柱与设计平面的相交区域(在绕障控制半径相当的情况下);2)该算法使用实钻测斜数据求实钻井眼与设计平面的交点,当求出第一个交点后就开始求控制椭圆曲线,没有考虑实钻井眼与设计平面有两个以上交点的情况,也没有考虑实钻井眼轨迹贴近但与设计平面没有交点、但是曲圆台与设计平面相交等情况。

笔者在开发绕障井轨道设计计算机软件中发现,当实钻井眼轨迹与设计平面之间的几何关系比较复杂时,使用文献[1-2]中的直圆柱模型无法确定实钻井在设计平面上的控制区域。为此,笔者提出了一个新的曲圆台模型,给出了该曲圆台模型下的控制区域的计算方法,并用实例加以对比验证。

## 1 障碍物的一般描述

在进行绕障井设计时,需要给出障碍物的具体描述。障碍物为一空间区域,其表面形成一个空间曲面,简称障碍曲面。最简单的障碍曲面是圆柱面,稍微复杂一点的是圆台面。圆柱面和圆台面的轴线都是直线,当轴线变为空间曲线时,圆台面变为曲圆台面;曲圆台面内部空间连同表面称为曲圆台。

以设计井的井口为坐标原点  $O$ ,以正北方向为  $X$  轴正向,以正东方向为  $Y$  轴正向,以垂直于地面向下的方向为  $Z$  轴正向,建立空间直角坐标系  $O-XYZ$ ,简称整体坐标系。整体坐标系中任意点的坐标一般记为  $(X, Y, Z)$ 。

障碍曲面可以用如下的通式来表示:

$$G(X, Y, Z) = 0 \quad (1)$$

式中,  $G$  为三元连续函数。

障碍曲面也可以用参数方程来表示:

$$\begin{cases} X = g_1(u, v) \\ Y = g_2(u, v) \\ Z = g_3(u, v) \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $g_1, g_2, g_3$  为二元连续函数;  $u$  和  $v$  为曲面参数。

二维轨道设计平面的方程为:

$$X \sin \phi_T - Y \cos \phi_T = 0 \quad (3)$$

式中,  $\phi_T$  为设计方位角。

如果障碍曲面与设计平面相交,交线为设计平面上的一条或多条平面曲线(最极端情况为一个点),简称障碍曲线。联立式(1)和式(3)或者联立式(2)和式(3),就可以得到障碍曲线的表示式。在设计平面上进行二维井眼轨道设计时,设计轨道不能与障碍曲线有交点。所以,正确计算障碍曲线是进行二维绕障井轨道设计的关键。

## 2 障碍曲面的参数方程

实钻井眼轨迹为一条空间曲线,根据测斜数据采用圆柱螺旋线法<sup>[3-4]</sup>等计算求得。考虑到安全绕障距离等因素,对实钻井眼轨迹上的每点  $P$  规定一个安全半径  $R$ 。在点  $P$  的法平面上以点  $P$  为圆心、以安全半径  $R$  为半径的圆称为  $P$  点的安全圆。当点  $P$  从井口沿实钻井眼轨迹连续移动到井底时,所有安全圆的动轨迹形成一个曲面,这个曲面是一个曲圆台面。

通过整体坐标系与井眼坐标系之间的变换关系,可以得到障碍曲面的表示式。

在实钻井眼轨迹上,以  $P$  点为原点,以实钻井眼高边为  $x$  轴,以实钻井眼轨迹的切线为  $z$  轴,建立右手坐标系  $P-xyz$ (简称局部坐标系)。于是,  $x$  轴指向增斜方向,  $y$  轴指向增方位方向,  $z$  轴指向井眼轨迹前进方向。局部坐标与整体坐标之间的转换关系为:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} X - N \\ Y - E \\ Z - H \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中,  $(x, y, z)$  为任意点的局部坐标,  $(X, Y, Z)$  为该任意点的整体坐标,  $(N, E, H)$  为实钻井眼轨迹在  $P$  点的整体坐标,  $\mathbf{M}$  为坐标变换矩阵。

$\mathbf{M}$  的计算公式为:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \phi & \cos \alpha \sin \phi & -\sin \alpha \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ \sin \alpha \cos \phi & \sin \alpha \sin \phi & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中,  $\alpha$  和  $\phi$  为实钻井眼轨迹在  $P$  点的井斜角和方位角。

坐标变换矩阵  $\mathbf{M}$  是一个单位正交阵,其逆矩阵等于其转置矩阵。

安全圆的参数方程为:

$$\begin{cases} x=R\cos\theta \\ y=R\sin\theta \\ z=0 \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $\theta$  为曲线参数,  $0 \leq \theta < 2\pi$ 。

将式(6)代入式(4), 得到障碍曲面的参数方程为:

$$X = N + R(\cos\alpha\cos\phi\cos\theta - \sin\phi\sin\theta) \quad (7)$$

$$Y = E + R(\cos\alpha\sin\phi\cos\theta + \cos\phi\sin\theta) \quad (8)$$

$$Z = H - R\sin\alpha\cos\theta \quad (9)$$

假设实钻井眼轨迹上任意点的井深为  $L$ , 可知井斜角  $\alpha$ 、方位角  $\phi$ 、空间坐标  $(N, E, H)$  等都是井深  $L$  的函数<sup>[5-6]</sup>, 故障碍曲面参数方程表示式中的曲面参数为  $\theta$  和  $L$ 。

### 3 障碍曲线的参数方程

式(7)~(9)与式(3)联立, 消去一个参数, 就得到障碍曲线的参数方程。由于井深  $L$  与井斜角等参数之间的函数关系太复杂, 比较可行的办法是将参数  $\theta$  消去。

令:

$$\begin{cases} X = S\cos\phi_T \\ Y = S\sin\phi_T \end{cases} \quad (10)$$

式中,  $S$  为设计平面上任意点的闭合位移。

将式(10)代入式(7)和式(8), 并改写成下面的形式:

$$R\cos\alpha\cos\theta\cos\phi - R\sin\theta\sin\phi = S\cos\phi_T - N \quad (11)$$

$$R\cos\alpha\cos\theta\sin\phi + R\sin\theta\cos\phi = S\sin\phi_T - E \quad (12)$$

显然, 式(11)和式(12)联立可以看成是关于未知数  $R\cos\alpha\cos\theta$  和  $R\sin\theta$  的线性代数方程组, 使用 Cramer 法则解得:

$$R\cos\alpha\cos\theta = S\cos\beta - (N\cos\phi + E\sin\phi) \quad (13)$$

$$R\sin\theta = (N\sin\phi - E\cos\phi) - S\sin\beta \quad (14)$$

式中,  $\beta$  为方位差,  $\beta = \phi - \phi_T$ 。

再令:

$$\begin{cases} N = A\cos\psi \\ E = A\sin\psi \end{cases} \quad (15)$$

式中,  $A$  和  $\psi$  分别为实钻轨迹上点  $P$  相对于设计井口的位移和方位角。

将式(15)代入式(13)和(14), 得:

$$R\cos\alpha\cos\theta = S\cos\beta - A\cos\gamma \quad (16)$$

$$R\sin\theta = A\sin\gamma - S\sin\beta \quad (17)$$

式中,  $\gamma = \phi - \psi$ 。

从式(16)和式(17)利用恒等式  $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

消去参数  $\theta$ , 得:

$$c_2 S^2 - 2c_1 AS + c_0 A^2 = 0 \quad (18)$$

式中:  $c_2 = \cos^2\beta + \sin^2\beta\cos^2\alpha$ ;  $c_1 = \cos\gamma\cos\beta + \sin\beta\sin\gamma\cos^2\alpha$ ;  $c_0 = \cos^2\gamma + (\sin^2\gamma - \lambda^2)\cos^2\alpha$ ;  $\lambda = R/A$ 。

式(18)是关于  $S$  的二次方程(将井深  $L$  作为参数看待)。如果

$$c_1^2 \geq c_0 c_2 \quad (19)$$

令:

$$c_3 = \sqrt{c_1^2 - c_0 c_2} \quad (20)$$

由式(18)解得:

$$S = \frac{c_1 \pm c_3}{c_2} A \quad (21)$$

将式(10)、(16)、(21)代入式(9), 得:

$$Z = H + \frac{c_4 \pm c_5}{c_2} A \quad (22)$$

式中:  $c_4 = (c_2 \cos\gamma - c_1 \cos\beta) \tan\alpha$ ;  $c_5 = -c_3 \cos\beta \tan\alpha$ 。

式(21)、(22)构成障碍曲线的表示式, 曲线参数  $L$  满足式(19)。

关于  $L$  的不等式方程(19)可能无解(对应于障碍曲面与设计平面没有交点的情况); 在有解的情况下, 解集由一个区间或者多个区间的并集构成。

当解集为单个区间时, 障碍曲面与设计平面相交, 但是这种情况并不意味着实钻井眼轨迹也是与设计平面相交的。在实钻井眼轨迹与设计平面很接近但是没有交点的情况下, 利用文献[1-2]中的算法求不出控制椭圆曲线。

当解集为多个区间的并集时, 障碍曲面与设计平面多次相交, 在设计平面上产生由多个分离的平面区域的并集构成的控制区域。

### 4 算 例

**算例 1:** 某定向井设计垂深为 2 000.00 m, 水平位移为 500.00 m, 设计方位角为  $50^\circ$ 。在井口正东方向 150.00 m 处有一口生产井, 其测斜数据及采用圆柱螺旋线法计算的各测点的坐标见表 1。

经计算, 满足不等式(19)的井深范围为 916.00 m  $< L < 1\,071.20$  m, 在这个区间内, 按井深增量为 0.10 m 逐点计算障碍曲线上的点, 绘制成图形, 见图 1。图 1 中同时还绘出了按照文献[1-2]中的方法计算出来的障碍椭圆。从表 1 和图 1 可以看出, 在这个算例中, 障碍曲线与障碍椭圆是很接近的, 这是因为实钻井眼轨迹与设计平面的水平投影几乎是垂直的(见图 2)。

表 1 算例 1 的实钻井眼轨迹数据  
Table 1 Example 1 actual drilling trajectory

序号	测深/m	井斜角/(°)	方位角/(°)	北坐标/m	东坐标/m	垂深/m
1	600.00	0		0	150.00	600.00
2	650.00	4.5	310	1.26	148.50	649.95
3	700.00	8.0	315	4.94	144.49	699.64
4	800.00	15.0	322	19.85	131.29	797.58
5	900.00	21.5	328	45.48	113.35	892.49
6	1 000.00	28.0	331	81.53	92.11	983.26
7	1 200.00	27.5	333	163.75	48.40	1 160.26
8	1 500.00	26.0	332	283.51	-13.95	1 428.14
9	1 800.00	25.0	321	391.05	-85.13	1 698.92
10	2 150.00	25.5	320	506.25	-180.09	2 015.47

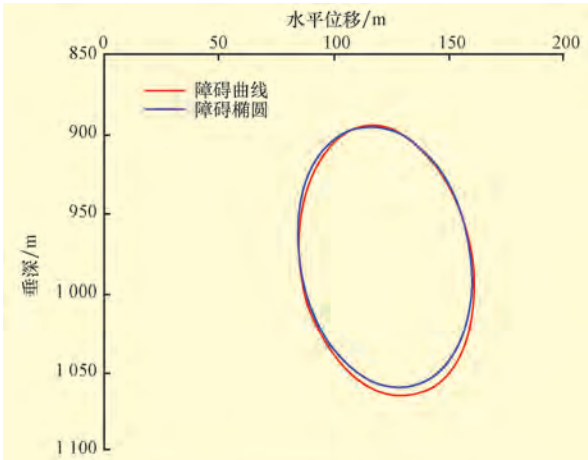


图1 障碍曲线与障碍椭圆  
Fig.1 The obstacle-curve and the obstacle-ellipse

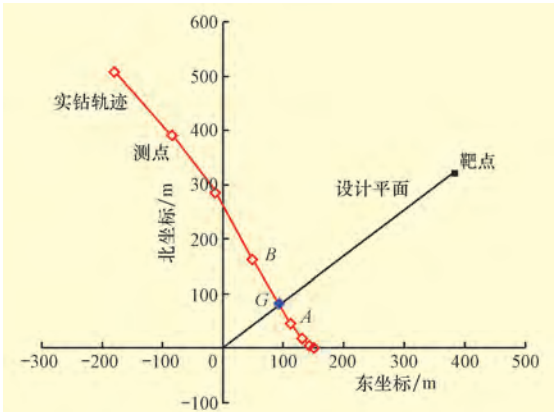


图2 实钻井眼轨迹与设计平面的水平投影  
Fig.2 The horizontal project map of the drilling trajectory and design plan

5 对比分析

文献[1]指出:“当障碍物为已钻定向井时,其控制范围可用空间曲圆台来描述。这种空间曲圆台的轴线是连续光滑的,任意位置上的横截面都是圆形,其半径连续变化。”然而,文献[1]所建立的障碍物控制范围的方程却不是空间曲圆台,而是过G点的直圆台(G是实钻井眼轨迹与设计平

面的交点)。由于直圆台表面是二次曲面,其与平面的交线必定是椭圆。

笔者通过下面的算例来分析当实钻井眼轨迹与设计平面有两个交点时障碍曲线与障碍椭圆的区别。

**算例 2:**某定向井设计垂深为 2 000.00 m,水平位移为 650.00 m,设计方位角为 65°。在井口正东方向 150.00 m 处有一口生产井,其测斜数据见表 2,采用圆柱螺旋线法计算各测点的坐标,结果见表 2。实钻井眼轨迹在水平面上的投影见图 3。

表 2 算例 2 的实钻井眼轨迹数据  
Table 2 Example 2 actual drilling trajectory

序号	测深/m	井斜角/(°)	方位角/(°)	北坐标/m	东坐标/m	垂深/m
1	600	0		0	150.00	600.00
2	650	4.5	310	1.26	148.50	649.95
3	700	8.0	330	5.41	145.02	699.64
4	800	15.0	350	24.04	138.24	797.58
5	900	21.5	20	21.24	137.99	892.49
6	1 000	28.0	30	59.11	155.65	983.26
7	1 200	27.5	50	130.08	215.21	1 160.26
8	1 500	26.0	80	186.50	336.19	1 428.14
9	1 800	25.0	100	186.50	464.69	1 698.92
10	2 150	25.5	120	135.69	604.27	2 015.47



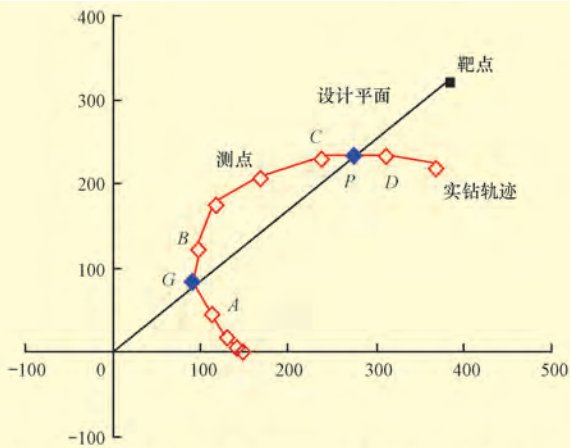


图3 实钻井眼轨迹与设计平面有两个交点的情况  
Fig.3 The case for two inter-point of the drilling trajectory and the design plan

当实钻井眼轨迹与设计平面有两个交点时,按照文献[1-2]中的方法,只能求出第一个交点处的障碍椭圆。而按照本文判别式(19),可以求出两个深度范围:图3中曲线段AB的井深范围为 $972.95\text{ m} < L < 1\,172.80\text{ m}$ ,曲线段CD的井深范围为 $1\,483.75\text{ m} < L < 1\,824.70\text{ m}$ ,实钻井眼轨迹与设计平面的交点分别为G和P,计算出的障碍曲线由两个分支构成,见图4。

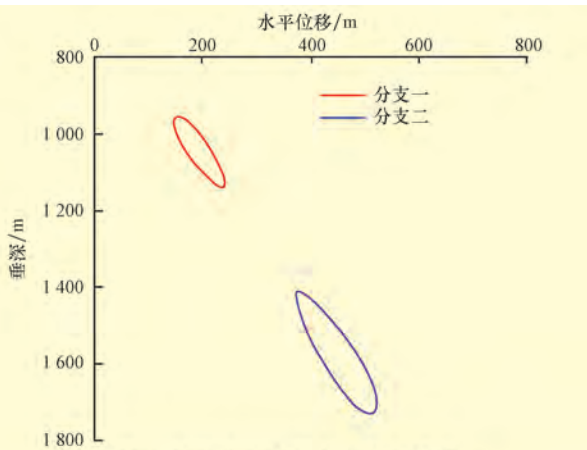


图4 障碍曲线有两个分支的算例

Fig.4 The example of obstacle-curve which has two branch

对于障碍曲线由多分支曲线组成的情况下,依据障碍椭圆所设计的井眼轨道无法排除设计井眼轨道与障碍曲线第二分支相交的情况,这是文献[1-2]所给设计方法的一个缺陷。

在多分支障碍曲线的情况下,绕障井眼轨道设计的计算工作量多于障碍椭圆的情况,但计算结果更可靠,所设计的井眼轨道更安全。

## 6 结 论

1) 在实钻井眼轨迹与设计平面有多个交点的情

况下,应该使用曲圆台模型来描述二维绕障井设计中的障碍物控制范围,使用直圆柱模型所计算出的障碍椭圆不足以限定实钻井在设计平面上的控制区域。

2) 推导出了曲圆台模型的障碍曲线的参数表达式,并给出了曲线参数取值范围的判定条件。

3) 当实钻井眼轨迹与设计平面接近垂直或交角比较大的情况下,使用曲圆台模型得到的障碍曲线与使用直圆柱模型得到的障碍椭圆比较接近,但障碍曲线所包含的控制区域一般大于障碍椭圆所包含的控制区域。

4) 当实钻井眼轨迹接近但与设计平面没有交点的情况下,直圆柱模型无法确定实钻井在设计平面上的障碍区域。无论实钻井眼轨迹与设计平面的几何关系多么复杂,曲圆台模型都可以求出实钻井在设计平面上的障碍区域;使用曲圆台模型进行绕障井设计更加可靠、适应性更强。

## 参 考 文 献

- [1] 张海山,刘修善. 二维绕障井实用轨道设计方法[J]. 石油钻探技术, 2009, 37(1): 42-45.  
Zhang Haishan, Liu Xiushan. Practical two-dimensional well path design[J]. Petroleum Drilling Techniques, 2009, 37(1): 42-45.
- [2] 刘修善,刘喜林,何树山,等. 二维绕障定向井设计方法[J]. 石油学报, 1996, 17(4): 120-127.  
Liu Xiushan, Liu Xilin, He Shushan, et al. How to design a 2-D directional well to bypass obstacles[J]. Acta Petrolei Sinica, 1996, 17(4): 120-127.
- [3] 许玲,鲁港,赵辉. 圆柱螺旋线法测斜计算中的数值方法[J]. 探矿工程: 岩土钻掘工程, 2008, 35(5): 1-4.  
Xu Ling, Lu Gang, Zhao Hui. Numerical method for deviational survey by cylinder helix method[J]. Exploration Engineering: Rock & Soil Drilling and Tunneling, 2008, 35(5): 1-4.
- [4] 张积锁,鲁港,吴俊林. 井眼轨迹位移插值计算的解析法[J]. 石油钻探技术, 2007, 35(4): 35-37.  
Zhang Jisuo, Lu Gang, Wu Junlin. An analytical method for interpolation calculation of well trajectory displacement[J]. Petroleum Drilling Techniques, 2007, 35(4): 35-37.
- [5] 鲁港,邢玉德,王刚,等. 水平井实钻轨迹中靶效果分析的偏差率模型[J]. 石油钻探技术, 2007, 35(1): 20-22.  
Lu Gang, Xing Yude, Wang Gang, et al. Deviation percent model to analyze target hitting of actual horizontal wellbore trajectories[J]. Petroleum Drilling Techniques, 2007, 35(1): 20-22.
- [6] 鲁港,常汉章,邢玉德,等. 邻井间最近距离扫描的快速算法[J]. 石油钻探技术, 2007, 35(3): 23-26.  
Lu Gang, Chang Hanzhang, Xing Yude, et al. Fast algorithm for scanning the nearest distance among adjacent wells[J]. Petroleum Drilling Techniques, 2007, 35(3): 23-26.